

М.В. Прохоренко (Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна)

Процес теплопровідності для однорідного стержня з імпульсним підпомповуванням у нефіксовані моменти часу

Проблемі регулювання тепла в середовищі присвячено ряд робіт [1 – 3]. У [1, 2] розглянуто поширення тепла в обмеженому стержні та пластинці з неперервно розподіленими джерелами тепла, здатними у фіксовані моменти часу "миттєво" змінити температуру. Процес охолодження середовища з підвищенням температури в момент часу коли заданий теплорегулюючий функціонал досягне критичного рівня досліджено в [3].

У даній роботі розглянемо теплорегулювання стержня із впливом джерел тепла та підвищенні температури у нефіксовані моменти часу. Тобто, задамо рівняння теплопровідності

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t), \quad (x, t) \in (0, l) \times [0, +\infty), \quad (1)$$

з початковою та крайовими умовами

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in [0, l], \quad u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad t \in [0, +\infty) \quad (2)$$

та імпульсним законом

$$[u(x, t+0) - u(x, t-0)]|_{I_u(t-0)=I_0} = \alpha(x), \quad I_u(t) = \int_0^l \beta(x) u(x, t) dx, \quad (3)$$

де $(x, t) \in ([0, l] \times [0, +\infty))$, функції u_0, α, β неперервні і мають кусково-неперервні похідні для $x \in [0, l]$, функція $f(x, t) \in C([0, l] \times [0, +\infty))$, має кусково-неперервні похідні по x до другого порядку включно для $x \in [0, l]$, крім того $f(x, t) = O(\exp(-bt))$ при $t \rightarrow +\infty$, $b = (a\pi/l)^2$, $u_0|_{x=0, x=l} = \alpha|_{x=0, x=l} = f(x, t)|_{x=0, x=l} = 0$.

Періодичний розв'язок задачі (1) – (3) назовемо простим, якщо він має один імпульс на кожному періоді. Має місце теорема

Теорема. Для заданих функцій α і значення I_0 існує принаймні один простий періодичний розв'язок задачі (1) – (3).

- [1] Єлгондиев К.К., Пильтяй М.М., Хомченко Л.В. Распространение тепла в однородном стержне с импульсным воздействием // Крайові задачі для диф. р-нь: Зб.наук.пр. — Чернівці: Прут. — 2002. — Вип. 10. — С. 59 — 65.
 - [2] Єлгондиев К.К., Пильтяй М.М., Хомченко Л.В. Поширення тепла в прямокутній пластинці з імпульсним впливом // Вісник Київського ун-ту, сер. фіз - мат. наук. — 2003. — № 1. — С. 69 — 72.
 - [3] Мышкис А.Д. Авторегулируемый импульсный точечный подогрев конечной среды // Матем. заметки. — 2006. — Т. 79, № 1. — С. 35 — 43.
-