

М.П. Плахтієнко (Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ Київ, Україна)

Диференціальні рівняння періодичних та еволюційних функцій на множині плоских симетричних траєкторій

Викладаються елементи теорії періодичних та еволюційних функцій, що виникають при обчисленні декартових координат рухомої точки в залежності від інтегрального параметру – пройденого шляху по симетричним плоским траєкторіям із заданою групою симетрій. Розрізняються прості і нормовані періодичні та еволюційні функції. Побудовані лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку із змінними коефіцієнтами, що породжують нормовані функції. Складено диференціальне рівняння другого порядку виду

$$\frac{d^2x}{d\sigma^2} + F(x, p) = 0,$$

де $F(x, p)$ – функція, що може бути розривною в точках $x = 0$, $x = \pm 1$. Для $|x| \leq 1$ $F(x, 2) = x$, при $|x| > 1$ $F(x, 2) = -x/(2x^2 - 1)$. Для $p = 1$ $F(x, 1) \equiv 0$, $\forall x$.

В залежності від початкових умов це рівняння породжує прості еволюційні функції або такі, що мають період, який залежить від параметра $0 < p < \infty$ та початкових умов.

На множині замкнених траєкторій знайдена система функцій з періодом $T(p) \in [4\sqrt{2}, 8)$. Відкрито функції "антисинус" та "антикосинус" $T(0.5615) = 2\pi$, ромбічні функції $T(1) = 4\sqrt{2}$ та асимптотичні кусково-лінійні періодичні функції з $T(0_+) = T(\infty_-) \approx 8$.

Обчислені еволюційні функції гіперболічного типу, що відрізняються від класичних лінійним характером росту. Наведені приклади застосування ромбічних функцій в задачах математичного моделювання процесів та поверхонь твердих тіл. Подібні задачі розглядалися раніше на основі механіко-математичного підходу без виявлення зв'язку з диференціальними рівняннями з розривною правою частиною та еволюційними процесами [1,2]. Стандартні по М. Боголюбову диференціальні рівняння з розривними правими частинами інтегруються методом усереднення у формі А.М. Самойленка.

- [1] Плахтієнко М.П. Ромбічні функції: початки теорії та прикладні задачі. Київ. – 2005. – 132 с.
 - [2] Плахтієнко М.П. Періодичні функції на замкнених траєкторіях з групою симетрій *L₄PC*. Доповіді Національної академії наук України. – 2008, N 4, С.36-43.
-