*О.М. Литвин, Ю.І. Першина* (кафедра прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії, Харків, Україна)

## 4D математична модель тривимірного тіла в комп'ютерній томографії

Задача відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла, яке змінюється з часом, належить до однієї з найбільш актуальних задач сучасності. Вона виникає в різних областях науки та техніки. Зокрема, така задача виникає в медичній практиці у випадку проведення декількох повторних досліджень пацієнта в різні моменти часу та необхідності аналізу на їх основі ефективності лікування.

Особливо важливим є побудова 4D моделей на основі томографічних даних в різні моменти часу. Відмітимо, що функція чотирьох змінних може бути візуалізована тільки лише за своїми значеннями в окремих точках або графіком своїх слідів на окремих лініях чи поверхнях (зокрема, площинах). Для ефективного дослідження змін за часом та, зокрема, для прогнозу, очевидно, необхідно аналітичне за $t, x, y, z$ представлення внутрішньої структури тривимірного тіла. Враховуючи викладене, актуальною являється задача побудови аналітичної 4D моделі внутрішньої структури тіла, яка змінюється з часом, на основі томограм в різні моменти часу.

В даній роботі пропонується метод побудови 4D моделі тривимірного тіла, що змінюється з часом, на основі даних томографічного дослідження. Одним з важливих етапів метода є етап побудови послідовностей тривимірних моделей в задані моменти часу на основі декількох томограм, отриманих з комп'ютерного томографу. В методі для побудови тривимірної моделі використовуються оператори інтерфлетації або мішаної апроксимації функцій багатьох змінних [1].

Нехай функція $f(x,y,z,t)$ представляє собою внутрішню структуру тривимірного об'єкта в момент часу $t$. В якості експериментальних даних будемо використовувати:

1. послідовність $n$ моментів часу: $t_1 < t_2 < ... < t_n$;

2. серію $s$ площин, заданих рівняннями: $\Pi_p : \omega_p(x,y,z) = a_{p1}x + a_{p2}y + a_{p3}z - \gamma_p = 0,\ p = \overline{1,s}$

3. томограми тривимірного об'єкта $T_{kp}, k = \overline{1,n},\ p = \overline{1,s}$, які лежать на заданих площинах $\Pi_p$ та в задані моменти часу $t = t_k,\ k = \overline{1,n}$.

Спочатку побудуємо $n$ тривимірних математичних моделей $f_k(x,y,z),\ k = \overline{1,n}$ об'єкту $f(x,y,z,t)$ для кожного з моментів часу $t = t_k,\ k = \overline{1,n}$ з властивостями:

$$f(x,y,z,t_k)\big|_{\Pi_p} = f_k(x,y,z)\big|_{\Pi_p} = T_{k,p}(\bar{x}),\ k = \overline{1,n},\ p = \overline{1,s}.$$

Для побудови таких функцій можуть бути використані оператори сплайн-інтерфлетації, а також оператори мішаної апроксимації, які були побудовані аторами в роботах [1,2]. Ці методи відновлення внтурішньої стурктури тіла відрізняються високою точністю.

Після побудови тривимірних моделей $f_k(x,y,z),\ k = \overline{1,n}$ будуємо 4D модель $F(x,y,z,t)$, використовуючи метод інтерполяції за змінною $t$ у вигляді формули

$$F(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{n} h_k(t) f_k(x,y,z)\text{, де } h_p(t) \text{ – допоміжні функції від однієї змінної } t.$$

[1] Литвин О.М. Інтерлінація функції та деякі її застосування – Х.: Основа, 2002. – 544 с.
[2] Литвин О.М., Першина Ю.І. Математична модель відновлення тривимірних об'єктів за їх томограмами на системі трьох груп перерізаних площин з використанням інтерфлетації функції. // Доповіді НАНУ. – 2005. – №8. - С. 67-71.