О.А. Рядно, Б.Г. Пелешенко (Дніпропетровська державна фінансова академія, Україна)

Про обмеженість в переставлено-інваріантних просторах комутаторів і мультилінійних дробових інтегральних операторів

Викладено теореми про обмеженість в переставлено-інваріантних просторах комутаторів і мультилінійних операторів, визначених за допомогою узагальнень дробових інтегралів.

Нехай Φ - множина таких вгнутих зростаючих на піввісі $(0,\infty)$ функцій $\varphi(t)$, що $\varphi(t) \to 0$, коли $t \to 0$. Позначимо α_φ,β_φ відповідно нижній та верхній показники розтягування функції $\varphi(t)$. Для інтегрованої за Лебегом функції *g(x)* на кубі B із R^n позначимо $g_B = |B|^{-1}\int_B g(x)\,dx$ де $|B|$ є міра Лебега куба B. Локально інтегрована за Лебегом на R^n функция g належить простору $BMO(R^n)$, якщо скінчена напівнорма $|||g|||_{BMO(R^n)} = \sup\limits_{B\in R^n} |B|^{-1}\int_B |g(x)-g_B|\,dx$. Простір Харді $H_l(R^n)$ визначається як простір інтегрованих на R^n функцій з скінченою нормою $\|f\|_{H_1(R^n)} = \|f\|_{L_l(R^n)} + \sum\limits_{i=l}^{n}\|R_i f\|_{L_l(R^n)}$, де $R_i(f)(x), i=1,2,\cdots,n$ - перетворення Рісса.

Сформулюємо одне з одержаних тверджень.

Теорема. Нехай $b \in BMO(R^n)$ і *k(t)* спадна додатня функція на піввісі $(0,\infty)$, яка задовольняє для *C>0* і *t>0* нерівності $k(t) \le C/\varphi(t)$, де $\varphi(t) \in \Phi$ і її коефіцієнти розтягування α_φ,β_φ належать проміжку *(0,1)*. Комутатор C_b , визначений слідуючим чином: $C_b(f)(x) = \int\limits_{R^n} k(|x-y|^n)(b(x)-b(y))f(y)dy$, обмежено діє з переставлено-інваріантного простору $E(R^n)$ в переставлено-інваріантний простір $F(R^n)$ з фундаментальними функціями $\varphi_E(t), \varphi_F(t) \in \Phi$, які задовольняють умовам $0<\alpha_{\Phi E}$, $\beta_{\Phi E}<1$ і $\varphi_E(t)\varphi(t) = t\varphi_F(t)$ для всіх $t>0$.

Також C_b обмежено діє з простору Харді $H_l(R^n)$ в переставлено-інваріантний простір $F(R^n)$ з фундаментальною функцією $\varphi_F(t) = \varphi(t)$.

Відповідні теореми одержані для мультилінійних інтегральних операторів $I_{k,m}(f_1,f_2,\ldots,f_m)(x) = \iint_{(R^n)^m} k(|(x_1-y_1,\ldots,x_m-y_m)|^n)f_1(y_1),\ldots,f_m(y_m)dy_1\ldots dy_m$ за умови, що спадна додатня функція $k(t)$ задовольняє при $C>0$ і $t>0$ нерівності $k(t) \le C/\varphi(t)$, де $\varphi(t) \in \Phi$ і така, що її коефіцієнти розтягування належать проміжку $(0,m)$.

Доведені твердження узагальнюють і доповнюють результати Кеніга і Е. Стейна Л. Графакоса і Р. Калтона, Р. Койфмана, Р. Рошберга і Г. Вейсса, С. Шанила та інших.