

Ю.С. Пашкова, Б.А. Рубштейн (Таврический национальный университет,
Симферополь; Университет Бен-Гуриона, Беер-Шева, Израиль)

Доминантная эргодическая теорема в пространствах Лоренца Λ_ψ измеримых функций на $[0, +\infty)$

Пусть μ — мера Лебега на полупрямой $[0, \infty)$, $S(0, \infty)$ — пространство всех измеримых по Лебегу функций на $(0, \infty)$ для которых функция распределения $n_f(y)$ не равна тождественно $+\infty$, f^* — убывающая перестановка функции $f \in L_1(0, +\infty) + L_\infty(0, +\infty)$, E — симметричное пространство в $S_0(0, \infty)$.

Для абсолютного $L_1 - L_\infty$ сжатия T положим:

$$B_T f = \sup_{n \geq 1} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} T^k |f|.$$

Рассмотрим пространство Лоренца Λ_ψ где $\psi(t)$ — возрастающая, вогнутая на $[0, +\infty)$ функция ($\psi(0) = 0$), то есть пространство функций из $S(0, \infty)$, удовлетворяющих условию:

$$\|f\|_{\Lambda_\psi} = \int_0^\infty f^*(t) d\psi(t) < \infty.$$

Пусть $\sigma_\tau : S(0, \infty) \rightarrow S(0, \infty)$:

$$\sigma_\tau = f\left(\frac{t}{\tau}\right), \quad \tau > 0$$

оператор растяжения, и $M_\psi(s)$ — функция растяжения $\psi(t)$.

Теорема Если $\|\sigma_\tau\|_{\Lambda_\psi} = M_\psi(\tau) = o(\tau)$, при $\tau \rightarrow \infty$, то

$$\|B_T f\|_{\Lambda_\psi} \leq \int_0^1 M_\psi\left(\frac{1}{\tau}\right) d\tau \cdot \|f\|_{\Lambda_\psi}.$$
