Г.Д. Оруджев (Университет Гафказ, Ваку, Азербайджан)

О скорости сходимости полиномиальных приближений решения задачи Коши для уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу

Пусть X - банахово пространство с нормой $\|\cdot\|$. Обозначим через T(t) ($-\infty < t < +\infty$) сильно непрерывную однопараметрическую группу операторов с генератором A.

Рассмотрим задачу Коши для дифференциально-операторного уравнения

$$u'' + \frac{2k}{t}u' = A^2 u(t), \ \mathrm{t}>0, \qquad (1)$$

$$u(0) = f\,, \quad u'(0) = 0. \qquad (2)$$

Решением задачи (1)-(2) называется функция *u(t)=u(t,f)*, для которой $u(t)$ и $u'(t)$ непрерывны на $[0;\infty)$ по норме *X*, при $t \in [0;\infty)$, $u(t) \in D(A^2)$, удовлетворяет уравнению (1) и $\lim\limits_{t\to 0}\|u(t)-f\| = \lim\limits_{t\to 0}\|u'(t)-0\| = 0$.

Используя представление из [1]

$$u(t) = \int_{-1}^{1} f(k,s)T(st)f ds\,, \quad k > 0\,,$$

для решения этой задачи, где

$$f(ks) = c(k)(1-s^2)^{k-1}, \quad c(k) = \frac{\Gamma(k+\frac{1}{2})}{\Gamma(k)\Gamma(\frac{1}{2})}\,,$$

построено приближенное решение

$$u_n(t) = c(k)\sum_{m=1}^{n} 2\frac{t^{2m-2}}{(2m-2)!}B(\frac{2m-1}{2},k)A^{2m-2}f$$

и указана ее скорость сходимости к точному решению в зависимости от гладкости начальной функции *f*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Butcher G.H, J.A.Donaldson. Reqular and singular perturbation problems for a singular abstract Cauchy problem. Duke Math. J, 42 (1975), c. 435-445.

2. Горбачук В.И, Горбачук М.Л. Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений. Киев .”Наукова думка” , 1984, 284 с.