

В.М.Онуфрієнко (Каф. заг. математики ЗНТУ, Запоріжжя, Україна)

Диферінтегральний потенціал зарядів в теорії несучільного середовища фрактальної структури

Сучасні уявлення про геометричні властивості фрактально структурованих множин точок базуються на розглядах моделі s -множин, що є борелівськими множинами з хаусдорфовою розмірністю s та з додатною скінченною s -вимірною хаусдорфовою мірою. Розгляд фрактальних множин у метриці Хаусдорфа дозволяє порівнювати величину хаусдорфової розмірності з показником порядку α диферінтеграла (дробового інтеграла $({}_a I_x^\alpha f)(x)$ та дробової похідної $({}_a D_x^\alpha f)(x)$ [1]), конструкція якого виникає у задачі про визначення протяжності фрактальної множини, що є моделлю для опису просторової неоднорідності несучільного середовища [2].

Нехай на двох достатньо близько розташованих поверхнях S_+ і S_- розміщено фрактальні заряди протилежних знаків так, що на протилежних елементах обох поверхонь густини зарядів $\sigma_+^\alpha > 0$ та $\sigma_-^\alpha < 0$ рівні за величиною і протилежні за знаком ($\sigma_+^\alpha = -\sigma_-^\alpha$). Якщо відстань від S_+ до S_- є малою у порівнянні з відстанню до точок, де визначається поле, то сукупність зарядів будемо називати фрактальним α -шаром. Потенціал α -шару в точці P визначимо у відповідності з класичними уявленнями: $\varphi^\alpha = -\int_{S_+} \bar{\tau}^\alpha \bar{n} \nabla \left(\frac{1}{R_+} \right) dS$, де величину

$\bar{\tau}^\alpha = \sigma^\alpha \bar{l}$ будемо називати потужністю або моментом фрактального шару.

Задача про розгляд фрактального заряду σ^α на фрактальних поверхнях з відстанню l^β зводиться до однієї з розглядуваних задач про потенціал Ріса з урахуванням можливості представлення: $\sigma^\alpha l^\beta \rightarrow \sigma^\beta l^\alpha \rightarrow \sigma^{\alpha+\beta} l \rightarrow \sigma l^{\alpha+\beta}$.

Топологічно фрактальний α -шар може моделюватись у вигляді сукупності паралельних нормалі α -полів довжиною l з розподілом по поверхні шару з густиною σ^α . Як і у класичному випадку, показано, що потенціал $\varphi^\alpha = -\int_{S_+} \tau^\alpha d\Omega$, де $d\Omega$ - елемент тілесного кута,

під яким елемент фрактального шару dS видно з точки P . Якщо потужність фрактального шару τ^α стала, тобто фрактальний шар однорідний і визначається скейлінговим показником α , то потенціал $\varphi^\alpha = \tau^\alpha \int_{S_+} d\Omega = \tau^\alpha \Omega$. Означений фрактальний α -шар є поверхнею розриву

суцільності потенціалу $\varphi_+^\alpha - \varphi_-^\alpha = 4\pi\tau^\alpha$, де φ_+^α - значення потенціалу біля додатної сторони шару, а φ_-^α - значення потенціалу біля від'ємної сторони. Скейлінговий показник $\alpha \notin \{0; 1; 2\}$ відповідає моделям фрактальних геометричних носіїв або зарядів у вигляді "товстих" точок, контурів, поверхонь. У зв'язку з цим виникає питання про можливість вирішення проблеми про фізичний зміст розміщеного в точці, на контурі чи поверхні фрактального заряду.

Визначено перспективи застосування методу для доведення існування розв'язків межових задач механіки та електродинаміки несучільного середовища.

[1] Oldham K.B., Spanier, J. The Fractional Calculus: Integrations and Differentiations of Arbitrary Order. — New York: Academic Press, 1974.

[2] Onufriyenko V.M. // TC&RE.-1999.-53.-N 4-5.