О.М. Омельъян (Российский государственный университет им. И. Канта, Калининград, Россия)

О нормальной линейной связности 1-го типа на семействе центрированных плоскостей, обобщающем поверхность

Продолжим рассмотрение [1] m-мерного семейства B^p_m центрированных m-плоскостей L_m, пересекающихся с касательными плоскостями T_m к поверхности центров по p-плоскостям L_p $(L_m \bigcap T_m = L_p,\ 0 \leq p \leq m)$ в n-мерном проективном пространстве P_n. Индексы в работе принимают следующие значения:

$$I, \ldots = \overline{1, n}; \quad i, \ldots = \overline{1, p}; \quad \alpha, \ldots = \overline{p+1, m};$$

$$a, \ldots = \overline{m+1, 2m-p}; \quad u, \ldots = \overline{2m-p+1, n}; \quad \xi = \{i, \alpha\}.$$

Уравнения семейства B^p_m в репере нулевого порядка записываются [1] с помощью фундаментального объекта $\{\Lambda^\alpha_{i\xi}, \Lambda^a_{i\xi}, \Lambda^u_{i\xi}, \Lambda^a_{\alpha\xi}, \Lambda^u_{\alpha\xi}, \Lambda^\alpha_{a\xi}, \Lambda^u_{a\xi}\}$. С семейством плоскостей B^p_m ассоциировано главное расслоение $G(B^p_m)$, из которого выделяется расслоение фактор-плоскостных (нормальных) [2] линейных реперов $L^{'}(B^p_m)$. В этом фактор-расслоении приемом Ю.Г. Лумисте [3] задана нормальная линейная связность с помощью объекта $\{\Gamma^a_{bi}, \Gamma^a_{b\alpha}\}$, компоненты которого удовлетворяют уравнениям

$$\Delta\Gamma^a_{bi} + \omega^a_{bi} = \Gamma^a_{bi\xi}\omega^\xi,\ \Delta\Gamma^a_{b\alpha} - \Gamma^a_{bi}\omega^i_\alpha + \omega^a_{b\alpha} = \Gamma^a_{b\alpha\xi}\omega^\xi, \tag{1}$$

где $\omega^\xi = \{\omega^i, \omega^\alpha\}$ – базисные формы семейства B^p_m, а трехиндексные формы определяются по формуле

$$\omega^a_{b\xi} = -\Lambda^a_{i\xi}\omega^i_b + +\Lambda^u_{b\xi}\omega^a_u - \delta^a_b\omega_\xi. \tag{2}$$

Произведено композиционное оснащение семейства B^p_m [2]. Оснащающие плоскости семейства B^p_m определяются следующими совокупностями точек:

$$B_i = A_i + \lambda_i A, B_a = A_a + \lambda^i_a A_i + \lambda_a A, B_\alpha = A_\alpha + \lambda^i_\alpha A_i + \lambda_\alpha A,$$

$$B_u = A_u + \lambda^i_u A_i + \lambda^a_u A_a + \lambda^\alpha_u A_\alpha + \lambda_u A,$$

где компоненты оснащающего квазитензора $\lambda = \{\lambda_i, \lambda^i_a, \lambda_a, \lambda^i_\alpha, \lambda_\alpha, \lambda^i_u, \lambda^a_u, \lambda^\alpha_u, \lambda_u\}$ удовлетворяют следующим сравнениям по модулю базисных форм ω^ξ:

$$\Delta\lambda_i + \omega_i \cong 0, \Delta\lambda^i_\alpha + \omega^i_\alpha \cong 0, \Delta\lambda_\alpha + \lambda^i_\alpha\omega_i + \omega_\alpha \cong 0, \ldots, \tag{3}$$

где символ $\cong$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^ξ. Оснащающий квазитензор λ содержит 5 простейших и 3 простых подквазитензора.

Используя дифференциальные уравнения (1) для компонент объекта нормальной линейной связности, выражения (2) и сравнения (3) компонент квазитензора λ, найдем выражения охватов компонент объекта Γ, т.е. $\Gamma = \Gamma(\Lambda, \lambda)$, а именно

$$\overset{0}{\Gamma}{}^a_{bi} = \Lambda^u_{bi}\lambda^a_u - \Lambda^a_{ji}\lambda^j_b + \Lambda^u_{ji}\lambda^j_b\lambda^a_u - \delta^a_b\lambda_i, \quad (4)$$

$$\overset{0}{\Gamma}{}^a_{b\alpha} = \Lambda^u_{b\alpha}\lambda^a_u - \Lambda^a_{i\alpha}\lambda^i_b + \Lambda^u_{i\alpha}\lambda^i_b\lambda^a_u - \delta^a_b\lambda_\alpha - \delta^a_b\lambda^i_\alpha\lambda_i,$$

где знак "0" над Γ означает, что объект Γ охвачен.

Теорема. *Композиционное оснащение семейства B^p_m индуцирует в ассоциированном фактор-расслоении $L^{'}(B^p_m)$ нормальную линейную связность 1-го типа с объектом $\{\overset{0}{\Gamma}{}^a_{bi}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{b\alpha}\}$, компоненты которого охвачены по формулам (4).*

[1] Омельян О.М. Объект ассоциированной связности на семействе центрированных плоскостей, обобщающем поверхность // Тез. докл. межд. конф. "Геометрия в Одессе - 2008". —Одесса, 2008. —С. 108 - 109.

[2] Омельян О.М. О связности 1-го типа, индуцированной на семействе центрированных плоскостей, обобщающем поверхность // Диф. геом. многообр. фигур. — Калининград, 2009. —№ 40. (в печати)

[3] Шевченко Ю.И. Приемы Лаптева и Лумисте задания связности в главном расслоении // Там же, 2006. — № 37. — С. 179 - 187.