Ємець О. О., Ємець Є. М., Олексійчук Ю. Ф. (Полтавський університет споживчої кооперації України)

Прямий метод розв’язування евклідових задач комбінаторної оптимізації на полірозміщеннях

Розглянемо евклідову задачу комбінаторної оптимізації на полірозміщеннях: знайти упорядковану пару $\left\langle x^*, f\left(x^*\right)\right\rangle$

$$f^* = f\left(x^*\right) = \max_{x \in E_{\eta n}^{ks}} f\left(x\right),$$
$$x^* = \arg\max_{x \in E_{\eta n}^{ks}} f\left(x\right) \qquad (1)$$

за додаткових лінійних обмежень:

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j \le a_{i0}, \ (i = 1, 2, \ldots, n), \qquad (2)$$

де $E_{\eta n}^{ks}$ — евклідова множина полірозміщень. [1]

Багато прикладних, зокрема економічних, задач при моделюванні зводяться до задач вигляду (1) – (2). Водночас загального ефективного методу їх розв’язань на сьогодні немає.

Точні методи розв’язування можна умовно поділити на методи відсікання та комбінаторні. Для методів відсікання характерною є проблема запису комбінаторних обмежень у вигляді лінійних, кількість яких швидко зростає. Хоча опуклі оболонки евклідових комбінаторних множин відомі, зокрема, в [1] запропонований метод розв’язання евклідових комбінаторних задач на полірозміщеннях для вершинно розташованих множин, але в загальному вигляді задача залишається актуальною.

В [2] розглянутий прямий алгоритм для повністю цілочисельних задач.

В даній роботі запропоновано та обґрунтовано прямий метод для розв’язування одного класу комбінаторних задач на полірозміщеннях. Теоретичні оцінки та практичні експерименти показують, що найбільш доцільним є застосування методу до задач зі складними комбінаторними обмеженнями та невеликою кількістю лінійних обмежень.

Основна ідея методу полягає в тому, що відсікання будуються таким чином, щоб на кожному кроці симплекс-ітерації був допустимий розв’язок (з урахуванням комбінаторних обмежень). Це дозволяє також зупинити алгоритм при досягненні «гарного» розв’язку (не обов’язково оптимального).

Проведені чисельні експерименти показали, що метод має експоненціальну складність. Перспективним є покращення числових характеристик методу та застосування його до більш широкого класу задач.

[1] Стоян Ю. Г., Ємець О. О., Ємець Є. М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія. – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.
[2] Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. – М.: «Мир», 1974. – 519 с.