О.Б. Нестеренко (Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

Слабконелінійні інтегро-диференціальні рівняння з обмеженнями і параметрами

В доповіді розглядається інтегро-диференціальне рівняння

$$(Lx)(t) = f(t) + C(t)\lambda + \varepsilon \int_a^b H(t,s) F\left(s, x(s), x'(s), \dots, x^{(m-1)}(s)\right) ds, \tag{1}$$

і ставиться задача знаходження такої функції $x(t,\varepsilon)$, яка неперервна по ε на відрізку $[0, \varepsilon_0]$ і при кожному фіксованому $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ належить $W_2^m[a,b]$ та параметра $\lambda \in R^l$, які задовольняють рівняння (1) майже скрізь, крайові умови та обмеження

$$U(x) = \gamma \quad \int_a^b S(t)x(t)dt = \alpha. \tag{2}$$

В рівнянні (1) та формулах (2) $\gamma \in R^m$, $\alpha \in R^l$,

$$(Lx)(t) = x^{(m)}(t) + p_1(t)x^{(m-1)}(t) + \dots + p_m(t)x(t), \tag{3}$$

$t \in [a,b]$, ε — достатньо малий невід'ємний параметр, $f \in L_2[a,b]$, $\{p_1, \dots, p_m\} \subset L_2[a,b]$, ядро $H(t,s)$ — сумовне з квадратом за сукупністю змінних, $(1 \times l)$-матриця $C(t)$, $(l \times 1)$-матриця $S(t)$, елементи яких лінійно незалежні функції сумовні з квадратом на відрізку $[a,b]$, стала $(m \times 1)$-матриця U, оператор

$$(Fx)(t) = F(t, x(t), x'(t), \dots, x^{(m-1)}(t)), \tag{4}$$

який визначається функцією $F : [a,b] \times R^m \to R$, відображає простір $W_2^m[a,b]$ в простір $L_2[a,b]$.

В доповіді висвітлюються умови існування розв'язку задачі та ітераційний процес

$$(Ax_k)(t) = C(t)\lambda_k + y_k(t), \quad U(x_k) = \gamma, \quad \int_a^b S(t)x_k(t)dt = \alpha, \tag{5}$$

$$y_k(t) = f(t) + (Bx_{k-1})(t) + \varepsilon \int_a^b H(t,s) F\left(s, x_{k-1}(s), \dots, x_{k-1}^{(m-1)}(s)\right) ds, \tag{6}$$

де

$$(Ax)(t) = x^{(m)}(t) + c_1(t)x^{(m-1)}(t) + \dots + c_m(t)x(t), \tag{7}$$

$$(Bx)(t) = (Ax)(t) - (Lx)(t), \tag{8}$$

а також умови збіжності запропонованого методу.