О.І. Неня (Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана, Україна)

Дослідження рівняння Маккі-Гласса з імпульсною дією

Розглядається нелінійне функціонально-диференціальне рівняння з імпульсною дією

$$\dot{x}(t) = \frac{r(t)x(g(t))}{1+[x(g(t))]^{\gamma}} - b(t)x(t), t \geq t_0, \tag{1}$$

$$x(t_k) = (1+b_k)x(t_k - 0) \tag{2}$$

з початковою функцією та початковим значенням

$$x(t) = \varphi(t), t < t_0, x(t_0) = x_0, \tag{3}$$

де послідовність точок імпульсної дії задовольняє умови $t_1 > t_0$,$t_k - t_{k-1} > 0, k \in \mathbb{Z}^+$.

Припустимо, що виконуються наступні умови :
$(a1)$ $\gamma > 0$;
$(a2)$ $r(t) \geq 0, b(t) \geq 0$ - вимірні за Лебегом, локально обмежені функції;
$(a3)$ $g(t)$ - вимірна за Лебегом функція, $g(t) < t$, $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) = \infty$, $\lim\limits_{t\to\infty} \sup(t - g(t)) < \infty$;
$(a4)$ $\varphi : (-\infty, t_0) \to \mathbb{R}, \varphi(t) \geq 0$ - вимірна за Борелем обмежена функція, $x_0 > 0$.

Досліджуються властивості додатності, обмеженості та відділеності від нуля розв'язку рівняння (1)-(3).

Теорема 1. Якщо виконуються умови (a1)-(a4), тоді будь-який розв'язок рівняння (1)-(3) додатній для всіх t.

Теорема 2. Нехай виконуються умови $(a1) - (a4)$ та умови

$$\lim_{t\to\infty} \inf_{t \geq t_0} \frac{r(t)}{b(t)} \prod_{g(t) < t_k \leq t} (1+b_k)^{-1} = \lambda > 1,$$

$$\lim_{t\to\infty} \inf_{t \geq t_0} \prod_{t_0 < t_k \leq t} (1+b_k) > 0.$$

Тоді будь-який обмежений розв'язок $x(t)$ відділений від нуля.