К.О. Михайленко, Г.Є. Самкова (Одеський національний університет імені І.І. Мечникова)

Про аналітичні розв'язки деяких систем звичайних диференціальних рівнянь на комплексній площині

Розглядається в комплексній області начальна задача:

$$\begin{cases} F(z, W, W') = 0, \\ W(z) \to 0, z \to 0, \end{cases} \tag{1}$$

де вектор-функція $F : D \times E_1 \times E_2 \to C^n$, аналітична в області $D \times E_1 \times E_2$, $D \subset C$, $E_1, E_2 \subset C^n$, $0 \in \partial(D \times E_1 \times E_2)$. Досліджуються розв'зки задачі (1), які задовольняють умову

$$W'(z) \to 0, z \to 0. \qquad (2).$$

Досліджується питання про розвя'зність системи задачі (1) або відносно похідної навколо точки $(0,0,0)$, або відносно частини компонентів вектора W'. За допомогою введення нових невідомих функцій $Y(z)$ та $S(z)$ так, що:

$$\begin{cases} W = \Pi_0(z, Y, S) \\ W' = \Pi_1(z, Y, S)' \end{cases} \tag{3}$$

та виконується умова зв'язку $(\Pi_0)_z' = \Pi_1$ в роботі розглянуто випадок, коли задача (1)-(2) зводиться до задачі:

$$\begin{cases} A(z, Y)Y' = B(z)Y + f(z, Y) \\ Y(z) \to 0, z \to 0 \end{cases} \qquad (4).$$

Задача (4) досліджується при припущеннях, що матриця $A : D \times G \to G_1 \times G_2$, $D \subset C$, $G \subset C^n$, $(z = 0) \in \partial D$, $0 \in \partial G$, $G_1 \times G_2 \subseteq C^{m \times n}$, аналітична в області $D \times G$, $m > n$, $rangA(z, Y) = n$, після доозначення $rangA(0,0) = r$, $0 < r \le n$; матриця $B : D \to C^{m \times n}$ аналітична в D; вектор-функція $f : D \times G \to C^m$ аналітична в $D \times G_2$. Не обмежуючи загальності, матриці $A(z, Y)$, $B(z)$ та вектор-функцію $f(z, Y)$ можна подати у вигляді: $A(z, Y) = \begin{pmatrix} A_1(z, Y) \\ A_2(z, Y) \end{pmatrix}$, $B(z) = \begin{pmatrix} B_1(z) \\ B_2(z) \end{pmatrix}$, $f(z, Y) = \begin{pmatrix} f_1(z, Y) \\ f_2(z, Y) \end{pmatrix}$, де матриця $A_1 : D \times G \to C^{n \times n}$, $\det A_1(z, Y) \ne 0$ при $(z, Y) \in \overline{D \times G}$; матриця $B_1 : D \to C^{n \times n}$; вектор-функція $f_1 : D \times G \to C^n$.

В цьому випадку дослідження задачі (1) зводиться до дослідження задачі:

$$\begin{cases} Y' = A_1^{-1}(z, Y)B_1(z)Y + A_1^{-1}(z, Y)f_1(z, Y) \\ A_2(z, Y)Y' = B_2(z)Y + f_2(z, Y) \\ Y(z) \to 0, z \to 0 \end{cases} \tag{5}$$

Знайдені достатні умови існування аналітичних розв'язків задачі (5) в областях з точкою $z = 0$ на межі, які задовольняють умову $Y'(z) \to 0, z \to 0$, коли матриця $B_1(z)$ в точці $z = 0$ має полюс q-го порядку, вектор-функція $f(z, Y)$ в точці $(0,0)$ має ізольовану особливу точку. Досліджена кількість таких розв'язків.

1. Бояринцев Ю.С. Методы решений вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. – Новосибирск: Наука, 1988.
2. Marz R., Lamour R., Winkler R. How floquet theory applies to index 1 differential algebraic equations.// J. Math. Appl. – 1998. – №2. – p. 372-394.

3. Самкова Г.Є., Шарай Н.В. Об исследовании некоторой полуявной системы дифференциальных уравнений в случае переменного пучка матриц.//Нелінійні коливання. – 2002. – 5, №2, – с. 224-236.
4. Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковец В.П. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. – К.: Вища школа. – 2000. – 294 с.