

В.С. Монахов (Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь)

Конечные группы с дополняемыми подгруппами порядка p

В 1937 году Ф. Холл установил, что конечные группы, в которых дополняемы все подгруппы, исчерпываются сверхразрешимыми группами с элементарными абелевыми силовскими подгруппами. Позже Горчаков Ю. М. показал, что дополняемость всех подгрупп равносильна дополняемости подгрупп простых порядков. В монографии С. Н. Черникова [1] рассматривается проблематика и некоторые результаты теории групп с системами дополняемых подгрупп. « p -локальный» аналог приведенных результатов получен в следующей теореме.

Теорема. *Тогда и только тогда в конечной p -разрешимой группе G каждая подгруппа порядка p дополняема, когда G p -сверхразрешима и ее силовская p -подгруппа элементарная абелева.*

Для первых двух по возрастанию простых делителей порядка группы условие p -разрешимости группы G в теореме можно опустить. Для третьего по возрастанию простого делителя порядка группы G дополняемость подгрупп порядка p без требования p -разрешимости группы не приводит к p -сверхразрешимости группы G . Примером служит простая группа A_5 порядка 60, в которой дополняемы все подгруппы порядка 5. Кроме того, в теореме вместо p -сверхразрешимости нельзя доказать p -нильпотентность, если p не является наименьшим простым делителем порядка группы. Примером служит симметрическая группа S_3 степени 3. Она не 3-нильпотентна, но в ней все подгруппы порядка 3 дополняемы. Соответствующие примеры можно построить для любого простого $p > 2$.

[1] Черников С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. — Москва: Наука, 1980.