В.В. Маринець (Ужгородський національний університет, Ужгород, Україна)

Дослідження та наближене інтегрування некласичних задач для квазілінійних рівнянь гіперболічного типу

Нехай в R^2 задана обмежена область $D = D_1 \bigcup D_2 \bigcup D_3$, $D_1 = \{(x,y)|x \in (x_1, x_0], y \in [y_1, y_2]\}$, $D_2 = \{(x,y)|x \in (x_1, x_0], y \in (g_1(x), y_1)\}$, $D_3 = \{(x,y)|x \in (x_0, x_2], y \in [y_1, g_2(x)]\}$, $x_1 < x_0 < x_2$, $y_0 < y_1 < y_2$, а $y = g_j(x)$, $j = 1,2$ – "вільні"криві, $g_j'(x) < 0$, $x \in [x_0, x_j]$, причому $g_1(x_0) = y_0$, $g_2(x_0) = y_2$, $g_j(x_j) = y_1$, $j = 1,2$.

Досліджується задача: в просторі функцій $C^*(\overline{D}) = C^{(1.1)}(D) \bigcap C(\overline{D})$ знайти розв'язок рівняння

$$U_{xy}(x,y) + a_1(x,y)U_x(x,y) + a_2(x,y)U_y(x,y) = f(x,y,U(x,y)), \tag{1}$$

який задовольняє умови

$$U(x,y_2) = \varphi_0(x), x \in [x_1, x_0]; U(x_1, y) = \psi(y), y \in [y_1, y_2], \tag{2}$$

$$U(x, g_1(x)) = \varphi_1(x), x \in [x_1, x_0], \tag{3}$$

$$U(x, g_2(x)) = \varphi_2(x), x \in [x_0, x_2], \tag{4}$$

де для заданих неперервно-диференційовних функцій $\psi(y)$, $\varphi_k(x)$, $k = 0,1,2$ виконуються умови узгодженості

$$\varphi_1(x_1) = \psi(y_1), \varphi_2(x_0) = \varphi_0(x_0), \varphi_0(x_1) = \psi(y_2). \tag{5}$$

Вважаючи, що $a_1(x,y) \in C^{(1.0)}(\overline{D})$, $a_2(x,y) \in C^{(0.1)}(\overline{D})$, а $f(x,y,U(x,y)) \in C(\overline{B})$, $f : \overline{B} \to R$, $\overline{B} \subset R^3$, $(x,y) \in \overline{D}$, встановлюються достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі (1)–(5) в просторі функцій $C^*(\overline{D})$, будується модифікація двостороннього методу наближеного її інтегрування, доводиться теорема про диференціальну нерівність і одержані умови існування знакосталих розв'язків досліджуваної задачі.