Мамадалиев Нуманжон (Национальный университет Узбекистана, Узбекистан)

О линейной задаче преследования

В данной работе рассматривается линейные дифференциальные игры с геометрическими ограничениями на управления игроков и дано достаточное условие, при выполнении которого из заданной начальной точки возможно завершение преследования за некоторое вычислимое время [1,2].

Пусть в пространстве $\mathbf{R}^n$ дифференциальная игра описывается уравнением

$$\dot{z}\,(t) = Az\,(t) + Bz\,(t-h) - Cu\,(t) + Dv\,(t)\,, \tag{1}$$

где $z \in \mathbf{R}^n$, $n \geq 1$, $h > 0$ – фиксированное число; A, B, C, D – постоянные матрицы, размерности которых $(n \times n)$, $(n \times n)$, $(n \times p)$, $(n \times q)$, соответственно; $u \in \mathbf{R}^p$ – параметр преследования, $v \in \mathbf{R}^q$ – параметр убегания. $u(t) \in P$, $v(t) \in Q$, $0 \leq t < \infty$, где P, Q – компакты. В пространстве $\mathbf{R}^n$ выделено терминальное множество M. Игра считается законченным когда точка z впервые попадает на множество M [1]. Начальным положением игры является абсолютно непрерывная функция $z_0(t)$, определенная на отрезке $[-h, 0]$.

Пусть $\tau > 0$, $r \in [0, \tau]$. Обозначим через π матрицу оператора ортогонального проектирования из $\mathbf{R}^n$ на L, через $K\,(r)\,,\ -\infty\ < r \leq \tau$ – обозначим матричную функцию, обладающую следующими свойствами [2]: а) $K\,(r) = \tilde{0}$, $r < 0$, $\tilde{0}$ – нулевая матрица порядка n; б) $K\,(0) = E$, E – единичная матрица порядка n; в) элементы матрицы $K\,(r)\,,\ 0 \leq r \leq \tau$, принадлежат классу $C\,[0\,,\,\tau]\,$; г) $K\,(r)$ удовлетворяет уравнению $\dot{K}\,(r) = AK\,(r) + BK\,(r-h)\,,\ 0 < r \leq \tau$.

Предположение. Существуют число $T > 0$ и линейное измеримое по t отображение $F(T,t) : \mathbf{R}^q \to \mathbf{R}^p$, $t \in [\,0, T]$, такие, что:

а) для всех $t \in [0, T]$ непусто множество $\widehat{w}(t) = \pi K(T-t)C\Big[P \overset{*}{-}\ F(T, T-t)Q\Big]$, где $\overset{*}{-}$ означает геометрической разности [1];

b) имеют места $H(T)z_0(\cdot) \in \int\limits_0^T \widehat{w}(r)dr$; $\int\limits_0^T \Big[D - CF(T, T-t)\Big]\pi K\,(T-t)\,Qdt \subset M_1$, где $H(T)z_0(\cdot) = \pi K(T)z_0(0) + \int\limits_{-h}^{0} \pi K(T-t-h)Bz_0(t)dt$.

Теорема. Пусть для начального положения $z_0\,(\cdot)$ существует момент времени $t_1 = t_1(z_0\,(\cdot)) > 0$ такое, что при $T = t_1$ выполнены условия предположения. Тогда в игре (1), из начального положения $z_0\,(\cdot)$, возможно завершение преследования за время T.

[1] Никольский М.С. Линейные дифференциальные игры преследования при наличии запаздываний // ДАН СССР, —1971. —**197 А**, —№ 5.

[2] Беллман Р.,Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. — М.: Изд-во Наука, 1967.