

Ю.В. Ловейкін (Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна)

Про збурення інваріантних торів, які розшаровують центральний многовид умовно інтегрованої локально гамільтонової системи

В класі локально гамільтонових систем досліджено задачу про збурення умовно інтегрованої системи у випадку, коли її інваріантні тори розшаровують деякий підмноговид M_0 (центральный многовид) і можуть бути незвідними. Це означає, що однозначна складова гамільтоніана системи у варіаціях відносно M_0 може залежати від кутових змінних, які визначають координати на торах. Водночас припускається, що ця система у варіаціях є в певному сенсі гіперболічною в нормальному до M_0 напрямі. Мета полягає в тому, щоб показати, що в цій ситуації збурена система теж має інваріантний підмноговид, який є малою деформацією многовиду M_0 , і на якому вона має канторову множину інваріантних торів, що несуть на собі квазіперіодичні рухи.

На $2(n+k)$ -мірному гладкому симплектичному многовиді розглядається умовно інтегрована локально гамільтонова система з багатозначним гамільтоніаном H . Умовна інтегровність системи означає, що її інваріантні тори розшаровують не відкриту область фазового простору, а лише деякий підмноговид.

Припустимо, що у околі цього підмноговида існують координати $(y, z, \phi \bmod 2\pi)$, де $\dim y = s$, $\dim \phi = r$, $\dim z = 2k$, $s + r = 2n$, в яких дужка Пуассона, породжена симплектичною структурою, задається сталою матрицею, причому ненульовими будуть лише дужки Пуассон $\{\phi, y\}$, $\{\phi, \phi\}$, $\{z, z\}$; гамільтоніан H представляється у вигляді суми однозначної та багатозначної складової, яка є лінійною по ϕ зі сталим коефіцієнтом β ; однозначна складова гамільтоніана, задовольняє умови, що вона при $z = 0$ не залежить від ϕ , її похідна по z при $z = 0$ дорівнює нулю; лінеаризована в околі многовиду $z = 0$ локально гамільтонова система має властивість гіперболічності.

Нехай система зазнає збурення вигляду $H \mapsto H + \mu h$, де μ – малий параметр. При накладанні додаткових умов на гамільтоніан H збурена система має центральний многовид, заданий рівнянням $z = \mu Z(y, \varphi, \mu)$. Цей многовид – гіперболічний центральний многовид, причому для нього можна гарантувати лише скінченну гладкість.

Система індукована вихідною збуреною системою на центральному многовиді також є локально гамільтоновою, але лише скінченно диференційовною. Для з'ясування питання про існування інваріантних торів, що несуть на собі квазіперіодичні рухи, використаний метод згладжування запропонований Ю. Мозером. В результаті маємо, що локально гамільтонова система на центральному многовиді має інваріантні тори і рухи на цих торах квазіперіодичні з вектором базисних частот, який належить деякому $O(\mu)$ -околу вектора $\{\phi, y\}H'|_{z=0, y=0} + \{\phi, \phi\}\beta$.
