

Г.П. Лопушанська (Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна)

Характер степеневих особливостей розв'язків нормальних еліптичних та параболічних крайових задач

Нормальні крайові задачі для лінійних еліптичних рівнянь

$$A(x, D)u \equiv \sum_{|\alpha| \leq 2m} a_\alpha(x) D^\alpha u = F_0, \quad x \in \Omega,$$

$$B_j(x, D)u \equiv \sum_{|\alpha| \leq m_j} b_{j\alpha}(x) D^\alpha u = F_j, \quad x \in S, \quad j = \overline{1, m}$$

в обмеженій області Ω з гладкими межею S та коефіцієнтами достатньо повно вивчені в різних нормованих просторах узагальнених функцій. Для вивчення характеру різних степеневих особливостей розв'язків зручними є простори лінійних неперервних функціоналів на просторах

$$\mathcal{D}_s(\overline{\Omega}) = \{\varphi \in C^{[s]}(\overline{\Omega}) : \varrho^{|\alpha|-s} D^\alpha \varphi \in C(\overline{\Omega}), |\alpha| \leq [s]\}, \quad s \geq 0,$$

$$\mathcal{Z}_k(\Omega) = \{\varphi \in C^\infty(\Omega) : \varrho^{|\alpha|-k} D^\alpha \varphi \in C(\overline{\Omega}) \quad \forall \alpha\},$$

$$\mathcal{Z}_k(\Omega) = \{\varphi \in C^\infty(\Omega) \cap C^{[k]}(\overline{\Omega}) : \varrho^{|\alpha|-k} D^\alpha \varphi \in C(\overline{\Omega}) \quad \forall |\alpha| \geq k\},$$

$$\mathcal{Z}_k(\overline{\Omega}, \hat{x}) = \{\varphi \in C^\infty(\overline{\Omega} \setminus \{\hat{x}\}) : \varrho^{|\alpha|-k}(\cdot, \hat{x}) D^\alpha \varphi \in C(\overline{\Omega}) \quad \forall \alpha\}, \quad \hat{x} \in S,$$

$$\mathcal{Z}_k(\overline{\Omega}, \hat{x}) = \{\varphi \in C^\infty(\overline{\Omega} \setminus \{\hat{x}\}) \cap C^{[k]}(\overline{\Omega}) : \varrho^{|\alpha|-k}(\cdot, \hat{x}) D^\alpha \varphi \in C(\overline{\Omega}), |\alpha| \geq k\} \text{ при } k \geq 0,$$

$$\mathcal{Z}_k(\overline{\Omega}, \hat{x}) = \mathcal{Z}_k(\overline{\Omega}, \hat{x}) \text{ при } k \leq 0,$$

$$\mathcal{Z}_k(S, \hat{x}) = \{\varphi \in C^\infty(S \setminus \{\hat{x}\}) \cap C^{[k]}(S) : \varrho^{|\alpha|-k}(\cdot, \hat{x}) D^\alpha \varphi \in C(S), |\alpha| \geq k\},$$

$$\mathcal{Z}_{k,s}(\Omega, \hat{x}) = \{\varphi \in C^\infty(\Omega) : \varphi(x) = \varrho^s(x) \psi(x, \hat{x}), \psi(\cdot, \hat{x}) \in \mathcal{Z}_{k-s}(\overline{\Omega}, \hat{x})\},$$

$$\mathcal{Z}_{k,s}(\Omega, \hat{x}) = \{\varphi \in C^\infty(\Omega) : \varphi(x) = \varrho^s(x) \psi(x, \hat{x}), \psi(\cdot, \hat{x}) \in \mathcal{Z}_{k-s}(\overline{\Omega}, \hat{x})\}, \quad k > s \geq 0,$$

де $\varrho(x)$ ($\varrho(x, \hat{x})$, $\hat{x} \in S$) – нескінченно диференційовна в $\overline{\Omega}$ функція, додатна в Ω , яка біля S має порядок відстані $d(x)$ від точки $x \in \Omega$ до S (порядку відстані $|x - \hat{x}|$ при $|x - \hat{x}| \rightarrow 0$), $\varrho(x) \leq 1$, $\varrho(x, \hat{x}) \leq 1$, $x \in \overline{\Omega}$.

Доведено розв'язність нормальних лінійних еліптичних крайових задач у просторах $\mathcal{D}'_s(\overline{\Omega})$, $\mathcal{Z}'_k(\Omega)$, $\mathcal{Z}'_{k,s}(\Omega, \hat{x})$, $k \geq s \geq 0$ нормальних лінійних параболічних крайових задач в аналогічних просторах узагальнених функцій з правими частинами – узагальненими функціями з просторів типу D' та $Z'_{k,s}$, Z'_k , одержане зображення розв'язків за допомогою спряжених операторів Гріна.

Знайдено достатні умови розв'язності у вагових L^1 - просторах (з вагами – додатними степенями функцій $\varrho(x)$, $\varrho(x, \hat{x})$) та їх вагових C - підпросторах нормальних крайових задач для півлінійних еліптичних та параболічних рівнянь при заданих у правій частині рівняння та на межі області узагальнених функціях.

Досліджено узагальнені крайові значення регулярних в області розв'язків лінійних та півлінійних еліптичних та параболічних рівнянь.
