Р.А. Ласурия (Абхазский государственный университет, Сухум)

Сильная суммируемость и коэффициенты рядов Фурье

В работе устанавливаются необходимые и достаточные условия принадлежности суммы ряда

$$H_p(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \Delta\lambda_k \left| f(x) - S_k(f;x) \right|^p, \ p > 1,$$

где $\Delta\lambda_k = \lambda_{k+1} - \lambda_k, k = 0,1,...,(\lambda_k)-$ неубывающая последовательность неотрицательных чисел, $S_n(f;x)-$частичные суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f \in L_p(0,2\pi)$, к пространству $L(0,2\pi)$ в терминах коэффициентов Фурье функции $f(x)$ также доказываются некоторые теоремы вложения следующих видов. Пусть $E_n(f)_p$ – наилучшее приближение функции $f(x) \in L_p(0,2\pi)$ тригонометрическими полиномами порядка не выше n.

Теорема 1. Если при $p > 1$ $\sum_{k=o}^{\infty} \Delta\lambda_k E_k(f)_p < \infty,$ то ряд $\sum_{k=0}^{\infty} \Delta\lambda_k \left| f(x) - S_k(f;x) \right|$ (1) сходится почти всюду к функции $H_1(x) \in L_p(0,2\pi)$.

Теорема 2. Если ряд (1) сходится почти всюду к некоторой функции $H_1(x) \in L_p(0,2\pi), p > 1$, то при $1 < p \le 2$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k - \lambda_0)^p (a_k^2(f) + b_k^2(f))^{\frac{p}{2}} (k+1)^{p-2} < \infty,$$

а при $p \ge 2$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k - \lambda_0)^p (a_k^2(f) + b_k^2(f))^{\frac{p}{2}} < \infty.$$

Подобные задачи при $p = 2$ рассматривались Г.А. Фоминым [1].

[1] Фомин Г.А. Некоторые свойства ортогональных разложений в L^2 // Прикладные вопросы математического анализа.- Тула, - 1972 г. – с.141-154.