Квитко А.Н. (Санкт-Петербургский государственный университет, Россия)

Об одном методе решения граничной задачи для нелинейной управляемой системы с учетом реально измеряемых величин

Объектом исследования является управляемая система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x,u), \tag{1}$$

где $x \in R^n$; , $u \in R^r$, $r \leq n$, $t \in [0,1]$; $f \in C^3(R^n \times R^r \times R^1; R^n)$, , (2)

$$f(0,0) \equiv 0 \tag{3}$$

$$rank(B, AB, A^2B, ..., A^{n-1}B) = n \tag{4}$$

$$A = \{\frac{\partial f^i}{\partial x^j}(0,0)\},\ i = 1,...,n,\ \ j = 1,...,n;\ B = \{\frac{\partial f^i}{\partial u^j}(0,0)\},\ i = 1,...,n,\ \ j = 1,...,r.$$

$$\|x\| < C_1 \tag{5}$$

Предположим, что в каждый момент времени доступен измерению вектор $y \in R^m$, связанный с фазовым вектором x уравнением измерителя

$$y=g(x), \tag{6}$$

$$g \in C^2(R^n; R^m), \tag{7}$$

$$rank\left\{\Gamma^*, A^*\Gamma^*, ..., A^{*n-1}\Gamma^*\right\} = n \tag{8}$$

$$\Gamma = \{\frac{\partial g^i}{\partial x^j}(0)\}; i = 1,...,m, j = 1,...,n.$$

Будем искать уравнение асимптотического наблюдателя в виде

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},u) + K(t)(y - g(\hat{x}))\ , \hat{x} = (\hat{x}^1, ...\hat{x}^n)^* \tag{9}$$

В уравнении (9) K(t) неизвестная матрица, $\hat{x}$ -оценка фазового вектора

Задача. Найти матрицу K(t) размерности $n \times m$ и управление $u(\hat{x},t)$ так, чтобы решение системы (1),(9) удовлетворяло условиям

$$x(0)=0, \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \qquad x(t) \to x_1, \hat{x}(t) \to x_1 \text{ при } t \to 1, \tag{10}$$

где $x_1 = (x_1^1, ..., x_1^n)^*, \hat{x}_0 = (\hat{x}_0^1, ..., \hat{x}_0^n)^*$ заданные вектора.

Теорема. Пусть выполнены условия (2),(3),(4),(6),(7),(8). Тогда существует $\varepsilon_1 > 0$ такое, что

$$\forall x_1, \hat{x}_0 : \|x_1\| < \varepsilon_1, \|\hat{x}_0\| < \varepsilon_1$$

существует решение поставленной задачи, которое может быть получено после решения задачи стабилизации линейной нестационарной системы с экспоненциальными коэффициентами и последующим решением задачи Коши для вспомогательной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Библиография

[1] Квитко А.Н. Об одном методе построения программных движений.// Прикл. Матем. и механ. 2001. Т.65. вып.3. с 392-399.