П.С. Ковальчук[1], *Л.А. Крук*[2], *С.С. Ковтун*[3] ([1] Ин-т механики НАН Украины, [2] Национальный транспортный университет, [3] Национальный ун-т биоресурсов и природопользования Украины, Киев, Украина)

Об исследовании нестационарных волновых процессов в заполненных жидкостью цилиндрических оболочках при прохождении ими резонансных зон

Рассматривается система нелинейных уравнений вида

$$\ddot{a}_k + (\lambda_k^2 - \dot{\alpha}_k^2) = \varepsilon F_k^{(1)}(\overline{a}, \dot{\overline{a}}, \overline{\alpha}, \theta); \, a_k \ddot{\alpha}_k + 2\dot{a}_k \dot{\alpha}_k = \varepsilon F_k^{(2)}(\overline{a}, \dot{\overline{a}}, \overline{\alpha}, \theta) \; (k = 1 \div n), \qquad (1)$$

описывающая волновое деформирование (в виде окружных бегущих волн) замкнутой цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью, при действии внешних нагрузок, периодических по θ (период $T = 2\,\pi$) [1]. Здесь a_k, α_k – функции времени, характеризующие амплитуды и фазы волнового процесса; $\varepsilon F_k^{(1),(2)}$ – нелинейные аналитические функции компонентов $\{a\}$, $\{\dot{a}\}$ векторов $\overline{a}$ и $\dot{\overline{a}}$, периодические по α и θ. Предполагается, что параметр θ. является медленно изменяющейся функцией времени, причем $d\theta/dt = \nu(\tau)$, $\tau = \varepsilon\, t$ (ε –малый параметр, $\varepsilon > 0$). Для построения нестационарных решений системы (1) применяется асимптотический метод [2], разработанный Н.Н. Боголюбовым и Ю.А. Митропольским. Полагая $\lambda_k \approx p/q$, $\nu(\tau) = \nu_1$ (p, q – некоторые взаимно простые числа), вводится замена переменных [1]

$$a_k = u_k + v_k \sin 2(\vartheta_k + \theta); \; \dot{a}_k = (v_k \lambda_k / a_k)\cos 2(\vartheta_k + \theta);$$

$$\alpha_k = \beta_k + arctg[(u_k tg(\vartheta_k + \theta) + v_k)/M_k]; \; \dot{\alpha}_k = M_k\, \lambda_k / a_k^2; \; M_k = (u_k^2 - v_k^2)^{1/2},$$

где u_k, v_k, ϑ_k, β_k – функции времени, определяемые из полученной системы уравнений вида

$$du_k / dt = \varepsilon U_k(\tau, \overline{u}, \overline{v}, \overline{\vartheta}), \; dv_k / dt = \varepsilon V_k(\tau, \overline{u}, \overline{v}, \overline{\vartheta}),$$

$$d\vartheta_k / dt = \lambda_k - (p/q)\nu(\tau) + \varepsilon\, \Omega_k(\tau, \overline{u}, \overline{v}, \overline{\vartheta}), \; d\beta_k / dt = \varepsilon V_k(\tau, \overline{u}, \overline{v}, \overline{\vartheta}).$$

С целью анализа процесса волнового деформирования рассматриваемых цилиндрических оболочек с жидкостью, на первом этапе исследуются амплитудно-частотные характеристики $u_k = (\nu_1)$ и $v_k = (\nu_1)$, соответствующие условию $\nu = \nu_0 = const$. Определяются частотные области, в которых реализуются традиционные формы деформирования (в виде стоячих волн, $u_k = v_k$) оболочек, а также сложные формы деформирования (в виде бегущих волн, $u_k \neq v_k$). На втором этапе, используя методы численного интегрирования, изучаются нестационарные колебания системы оболочка – жидкость при различных режимах прохождения через резонансы двух типов: гармонический, где $\lambda_k \approx \nu(\tau)\,/2$, и главный параметрический, для которого $\lambda_k \approx \nu(\tau)\,/2$. ”Мгновенная” частота внешних воздействий изменяется по линейному закону $\nu(\tau) = \nu_0 \pm \beta t$, где ν_0, β_0 – постоянные. Устанавливается, что характер нестационарных процессов в оболочке существенно зависит от того, в какой частотной области реализуется прохождение через те или иные резонансы. Обнаруживается, в частности, что в области возбуждения стоячих волн в оболочке нестационарные амплитудные кривые качественно согласуются с соответствующими кривыми, полученными для нелинейных систем с одной степенью свободы [2]. В области бегущих волн, примыкающей непосредственно к точному резонансу, переходный процесс сопровождается интенсивными биениями, носящими нерегулярный характер.

[1] Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Применение метода усреднения для исследования нелинейных волновых процессов в упругих системах с круговой симметрией // Укр.мат.журнал.- 2001.- **53,** № 10.- С 1358 – 1367.

[2] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.- 504 с.