

Л.В. Масловская, О.М. Масловская, И.А. Кравченко (Одесса, Украина)

Алгоритм рекурсивного вращения построения разделителей графа для метода вложенных сечений

Известно, что деревья исключения играют большую роль в распараллеливании алгоритмов решения линейных систем с симметричной положительно определенной матрицей. Неизвестные, находящиеся на одном уровне дерева, могут быть исключены одновременно, поэтому желательно, чтобы деревья исключения были короткими и широкими. Если дерево исключения представляет из себя цепочку связанных друг с другом узлов и его высота равна $n - 1$, где n - порядок матрицы, то возможно только последовательное исключение неизвестных. Если система решается на последовательном компьютере, то основное требование к алгоритму упорядочения неизвестных - минимизация заполнения матрицы и количества арифметических действий при исключении. Однако при этом дерево исключения не всегда оказывается коротким и широким.

Если система решается на мультипроцессорной архитектуре, то желательно сохранить требования, предъявляемые последовательным алгоритмом, но еще добавить требование минимизации высоты дерева исключения $T[x]$.

Лю [1] показал, как производится эквивалентное переупорядочение матрицы, которая уменьшает дерево исключения, но при этом величина заполнения и количество вычислений, требуемых для факторизации, почти не меняется, изменяется лишь структура дерева. Это переупорядочение производится с помощью вращения дерева, которое уменьшает его высоту. Алгоритм Лю находит узел x , подходящий для вращения, при этом множество $Adj(T[x])$ является разделителем графа, который делит его примерно пополам. Это привело авторов к мысли о возможности использования алгоритма Лю для построения хорошего разделителя графа матрицы. Для предварительного упорядочения неизвестных использовался один из алгоритмов Катхилла-Макки, обратный Катхилла-Макки и Кинга. Используя алгоритм Лю рекурсивно с предварительным упорядочением неизвестных, мы получаем некоторый вариант алгоритма вложенных сечений, который назван алгоритмом рекурсивного вращения. Произведено теоретическое и численное исследование этих вариантов. Численный эксперимент проводился для конечноэлементных сеток. Произведено сравнение алгоритма рекурсивного вращения с многоуровневым и спектральными методами деления графа, которое показало его конкурентоспособность.

- [1] Liu J.W.H. Equivalent sparse matrix reordering by elimination tree rotations. — SIAM. J. Sci. Stat. Comput. — 1988. — 9, N 3. p. 424-444.
-