

А.А.Козьма (Одесский государственный экономический университет)

Признаки существования и асимптотическое поведение одного класса решений существенно нелинейного дифференциального уравнения второго порядка

Рассматривается дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$y'' = \sum_{i=1}^m \alpha_i p_i(t) [1 + r_i(t)] \varphi_{i0}(y) \varphi_{i1}(y'), \quad (1)$$

в котором $\alpha_i \in \{-1; 1\}$ ($i = 1, \dots, m$), $p_i : [a, \omega) \rightarrow (0, +\infty)$ ($i = 1, \dots, m; -\infty < a < \omega \leq +\infty$)-непрерывно дифференцируемые функции, $r_i : [a, \omega) \rightarrow R$ ($i = 1, \dots, m$)-непрерывные функции, удовлетворяющие условиям $\lim_{t \rightarrow \omega} r_i(t) = 0$ ($i = 1, \dots, m$), $\varphi_{ik} : \Delta_k \rightarrow (0, +\infty)$ ($k = 0, 1; i = 1, \dots, m$)-дважды непрерывно дифференцируемые функции,

$$\Delta_k = \begin{cases} \text{либо } [y_k^0, Y_k), \\ \text{либо } (Y_k, y_k^0], \end{cases} \quad y_k^0 \in R, \quad Y_k = \begin{cases} \text{либо } 0, \\ \text{либо } \pm \infty \end{cases} \quad (k = 0, 1),$$

в некотором смысле близкие к степенным.

Определение: Функция y называется $\Pi_\omega(Y_0, Y_1, \mu_0)$ -функцией ($-\infty \leq \mu_0 \leq +\infty$), если она удовлетворяет следующим условиям

$$y^{(k)} : [t_0, \omega) \rightarrow \Delta_k, \quad \lim_{t \uparrow \omega} y^{(k)}(t) = Y_k \quad (k = 0, 1), \quad \lim_{t \uparrow \omega} \frac{\pi_\omega(t) y''(t)}{y'(t)} = \mu_0$$

$$\text{и при } \mu_0 = \pm \infty \quad \lim_{t \uparrow \omega} \frac{y''(t) y(t)}{[y'(t)]^2} = 1, \quad \text{где } \pi_\omega(t) = \begin{cases} t & \text{при } \omega = +\infty, \\ t - \omega & \text{при } \omega < +\infty. \end{cases}$$

При тех значениях $i = 1, \dots, m$, для которых $\lim_{\substack{z \rightarrow Y_k \\ z \in \Delta_k}} \varphi_{ik}(z) = \text{const} \neq 0$ хо-

тя бы для одного $k \in \{0, 1\}$, получены условия, при выполнении которых правая часть уравнения (1) на любой $\Pi_\omega(Y_0, Y_1, \mu_0)$ -функции асимптотически эквивалентна i -му слагаемому. В случае соблюдения этих условий сформулированы необходимые и достаточные признаки существования решений уравнения (1), являющихся $\Pi_\omega(Y_0, Y_1, \mu_0)$ -функциями.

[1] Козьма А.А. Асимптотические представления одного класса решений существенно нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка // Нелінійні коливання. — 2006. — 9, №4.-С. 490-501.

[2] Козьма О.О. Асимптотичне поведіння розв'язків істотно нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку // Наук. Вісник Чернівецького ун-ту. — 2008. — Вип. 374, Математика.-С.55-65.