Л.П. Костишин (Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ, Україна)

Різновиди агрегаційно-ітеративного методу для лінійної крайової задачі

Розглянемо побудову і дослідження збіжності різновидів методів ітеративного агрегування у застосуванні до диференціального рівняння

$$x''(t) = a_1(t)\, x'(t) + a_0(t)\, x(t) + b(t), \qquad (1)$$

з крайовими умовами

$$x(t_1) = x_1,\ x(t_2) = x_2, \qquad (2)$$

де функції $a_1(t)$, $a_0(t)$, $b(t)$ достатньо гладкі.

Деякі достатні умови збіжності абстрактної схеми спеціального різновиду встановлені в [1]. Пропонована робота присвячена продовженню дослідженню методики застосування агрегаційно-ітеративних методів до крайової задачі (1), (2).

Зведемо задачу (1), (2) до інтегрального рівняння вигляду

$$x(t) = f(t) + \int_{t_1}^{t} k(t,s)x(s)ds - \int_{t_1}^{t_2} k_2(t,s)x(s)ds\,. \qquad (3)$$

Теорема. Якщо виконуються рівності $k_2(t,s) = -\lambda\psi(t)\varphi(s)$, то мають місце співвідношення

$$x^{(n+1)}(t) - x^*(t) = \int_{t_1}^{t} k(t,s)(x^{(n)}(s) - x^*(s))ds -$$

$$-\frac{1}{1-\lambda}\int_{t_1}^{t_2} d\tau \int_{t_1}^{t_2} k_2(t,\tau)k(\tau,s)(x^{(n)}(s) - x^*(s))ds.$$

і для збіжності однопараметричного методу ітеративного агрегування достатньо, щоб справджувалася нерівність $q_1T + \frac{1}{|1-\lambda|}\ q_1q_2T^2 = Q < 1$, де $q_1 \geq |k(t,s)|$, $q_2 \geq |k_2(t,s)|$, $T = t_2 - t_1$.

Досліджено двопараметричний метод ітеративного агрегування для наближення до розв'язку крайової задачі для диференціального рівняння другого порядку і встановлені умови збіжності методу.

[1] Красносельський М.А., Лифшиц Е.А., Соболев А.В. Позитивные линейные системы. – М.: Наука, 1985. – 255 с.