

А.С.Корхин (Национальный горный университет, Днепропетровск, Украина)

Прогнозирование по линейной регрессии при наличии двух ограничений-неравенств на параметры

В настоящее время все большее внимание привлекает к себе построение регрессионных моделей с учетом априорной информации об их параметрах в виде ограничений-неравенств. Такой вид формализации этой информации достаточно гибкий, так как не налагает жестких требований к знанию свойств параметров конструируемой модели объекта.

Асимптотическое распределение оценок параметров регрессии, полученных с учетом наложенных на них ограничений-неравенств, изучено в [1]. Методы определения их статистических свойств для конечной выборки описаны в [2 - 4]. Представляет значительный практический интерес прогнозирование по регрессиям, построенным с учетом ограничений-неравенств, наложенных на их параметры. Оно исследовано в [5] для большой выборки, линейной регрессии, одного линейного ограничения и произвольного конечного числа параметров, когда дисперсия аддитивного шума в модели известна. В этой работе определены условия, для которых ошибка прогноза с учетом ограничения меньше ошибки прогноза без его учета. Проведенные автором машинные эксперименты показали, что для аналогичных условий прогноз по регрессиям с числом параметров $n = 4, 8$, построенных с учетом ограничений-неравенств на параметры, число которых m задавалось, исходя из требования $4 \leq m \leq n$, дает меньшую среднюю квадратическую ошибку, чем в случае использования обычного м.н.к.

Использование ограничений-неравенств в случае малой выборки, представляется особенно перспективным, так как априорная информация в виде ограничений особенно ценная в такой ситуации. В настоящем докладе исследуется использование линейной регрессии с линейными ограничениями-неравенствами на ее параметры для вычисления точечного и интервального прогноза зависимой переменной по известным значениям регрессора, когда дисперсия шума неизвестна и оценивается по выборочным данным. Рассматривается регрессия $y_t = x_t' \alpha^0 + \varepsilon_t, t = 1, \dots, T$, где $x_t \in \mathcal{R}^n$ — регрессор, $\alpha^0 \in \mathcal{R}^n$ — параметр регрессии, ε_t — шум, символ “ ’ ” означает транспонирование, $n \geq 2$. Ограничения на параметр регрессии $\alpha \in \mathcal{R}^n$: $a_i' \alpha \leq B_i, i = 1, \dots, m, m \leq n$, где $a_i \in \mathcal{R}^n, B_i \in \mathcal{R}^1$ — известные величины. Предполагается, что α^0 удовлетворяет ограничениям, а величины $\varepsilon_t, t = 1, 2, \dots$ независимы, имеют одинаковые нормальные распределения. Основной целью доклада является определение интервальной оценки прогноза. Предлагается ортогональное преобразование задачи оценивания, на основе которой определяется функция распределения ошибки прогноза. Доверительный интервал находится в результате решения задачи оптимизации.

[1] Корхин А.С. О некоторых свойствах оценок параметров регрессии при априорных ограничениях—неравенствах // Кибернетика.— 1985.— № 6.— С. 106—114.

[2] Корхин А.С. Линейная регрессия при наличии двух ограничений—неравенств // Экономика и математические методы.— 2006.— Вып. 1.— С.119 — 127.

[3] Корхин А.С. Оценивание матрицы средних квадратов ошибок оценок параметров линейной регрессии для произвольного числа регрессии и трех ограничений-неравенств // Кибернетика и системный анализ, — 2006. — № 3 — С.42 — 60.

[4] Корхин А.С. Линейная регрессия с нестационарными переменными и ограничениями на параметры // Кибернетика и системный анализ, — 2009. — № 3 — С.50 — 64.

[5] Korkhin A. Point and interval forecasts on a regression model estimated with allowance for inequality constraints // Theory of Stochastic Processes.— 2002.— N 1—2.— P.209—212.
