Т.А. Комлева, А.В. Плотников (Одес. акад. строит. и арх., Одесса, Украина)

Л.И. Плотникова (Одес. нац. политех. ун-тет, Одесса, Украина)

Усреднение нечетких дифференциальных уравнений

Введем в рассмотрение пространство $\mathbb{E}^n$ отображений $w : \mathbb{R}^n \to [0,1]$, удовлетворяющих следующим условиям: 1) $w-$ нормально; 2) $w-$ нечетко выпукло; 3) $w-$ полунепрерывно сверху; 4) замыкание множества $\{\xi \in \mathbb{R}^n : w(\xi) > 0\}$ компактно, с метрикой $D(w,v) = \sup\limits_{0\le\alpha\le1} h([w]^\alpha, [v]^\alpha)$, где $[w]^\alpha-$ α – срезка отображения $w \in \mathbb{E}^n$, $h(\cdot,\cdot)-$ расстояние по Хаусдорфу.

Рассмотрим следующее нечеткое дифференциальное уравнение с малым параметром

$$x' = \varepsilon f(t,x), \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{E}^n$, $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{E}^n \to \mathbb{E}^n$, t – время.

Определение. Отображение $x : \mathbb{R} \to \mathbb{E}^n$ называется решением системы (1) с начальным условием $x(0) = x_0$, если оно слабо непрерывно и удовлетворяет интегральному уравнению $x(t) = x_0 + \int\limits_0^t \varepsilon f(s, x(s))ds$.

Схема полного усреднения. Поставим в соответствие системе (1) следующую усредненную систему

$$y' = \varepsilon \overline{f}(y), \tag{2}$$

где $\lim\limits_{T\to0} D\left(\frac{1}{T}\int\limits_0^T f(t,x)dt, \overline{f}(x)\right) = 0$.

Схема частичного усреднения. Пусть существует такое отображение $\widetilde{f}(t,x)$, для которого $\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} D\left(\int\limits_0^T f(t,x)dt, \int\limits_0^T \widetilde{f}(t,x)dt\right) = 0$.

Тогда системе (1) поставим в соответствие систему

$$y' = \varepsilon \widetilde{f}(t,y) \tag{3}$$

и назовем ее частично усредненной.

В докладе приводятся условия для систем (1), (2) и (3) при которых для любых $\eta > 0$ и $L > 0$ можно указать такое $\varepsilon_0(\eta, L) \in (0,\sigma]$, что при $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ на отрезке $[0, L\varepsilon^{-1}]$ будет выполняется неравенство

$$D(x(t), y(t)) \le \eta,$$

$x(\cdot)$ и $y(\cdot)$ решения соответственно систем (1) и (2) или (1) и (3), удовлетворяющие условию $x(0) = y(0) \in P'$.