А.З. Мохонько, Л.І. Коляса (Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна)

В.Д. Мохонько (Технічний коледж НУ "Львівська політехніка", Львів, Україна)

Про мероморфні розв'язки з логарифмічною особливою точкою в ∞ систем лінійних диференціальних рівнянь

Розглянемо систему

$$\frac{dy_j}{dz} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i, \quad 1 \le j \le n, \tag{1}$$

де всі $a_{ij}(z)$ належать класу мероморфних функцій з логарифмічною особливою точкою в ∞. Нехай матриця коефіцієнтів системи (1) має вигляд

$A = \left\| \begin{array}{ccccc} s_1 & p_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{2,1} & s_2 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & \dots & \dots & \dots & p_{n-1} \\ a_{n,1} & \dots & \dots & \dots & s_n \end{array} \right\|$. Введемо позначення:

$$d_{jk}(A) = \left| \begin{array}{ccccc} s_k & p_k & 0 & \dots & 0 \\ a_{k+1,k} & s_{k+1} & p_{k+1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k+j-1,k} & \dots & \dots & \dots & s_{k+j-1} \end{array} \right|,$$

$d_{-jk}(A) \equiv 0,\ d_{0k} \equiv 1,\ H_j(A) = \sum_{k=1}^{n+1-j} d_{jk}(A),\ 1 \le j \le n,\ 1 \le k \le n-j+1.$
Для фіксованого цілого числа $m,\ 0 \le m \le n-1$, визначимо:

$$\alpha = \alpha_m = \overline{\lim_{r\to\infty}}\, m(r, H_{n-m}(A))/\ln r;$$
$$\beta = \beta_m = \max_{1\le j\le n-m-1,\ 1\le k\le n-j+1} \overline{\lim_{r\to\infty}}\, m(r, d_{jk}(A))/\ln r, \quad 0 \le m \le n-2,$$

$\beta_{n-1} = 0,\ K = K_m = \frac{1}{2}(n+m+2)(n-1),\ N = N_m = (m+1)(n-m).$

Якщо $\rho[y_j]$ – порядок компоненти y_j мероморфної з логарифмічною особливою точкою в ∞ вектор-функції $Y = (y_1, \dots, y_n)$, то порядок $\rho[Y]$ вектор-функції Y визначається за правилом $\rho[Y] = \max \rho[y_j],\ 1 \le j \le n$.

Теорема.

Якщо $\alpha > K\beta$, то система (1) має не більше m лінійно незалежних мероморфних з логарифмічною особливою точкою в ∞ вектор-розв'язків $Y = (y_1, \dots, y_n)$ порядку

$$\rho[Y] < \frac{1}{2}(\alpha - K\beta) N^{-1} - 1.$$