

В.Г. Коломиец (Киевский славистический университет, Киев, Украина),
А.В. Коломиец (Институт кибернетики НАН Украины, Киев, Украина)

Об усреднении в стохастических дифференциальных уравнениях нелинейных колебаний

Исследование воздействия случайных сил на нелинейные колебательные системы является весьма важной задачей. Возросший интерес к дифференциальным уравнениям со случайными параметрами и функциями стимулировал не только математические работы, но и исследования прикладного характера. Эффективным методом исследования случайных процессов в нелинейных колебательных системах является метод уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) в сочетании с асимптотическими методами Крылова–Боголюбова–Митропольского и методом усреднения Боголюбова–Митропольского.

Рассмотрим колебательную систему со многими степенями свободы, находящуюся под воздействием стационарного векторного гауссовского белого шума и описываемую дифференциальными уравнениями второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f \left(x, \frac{dx}{dt} \right) + \sqrt{\varepsilon} g \left(x, \frac{dx}{dt} \right) \dot{\xi}(t), \quad (1)$$

где ε — малый положительный параметр, ω — некоторые постоянные величины, f и g — нелинейные функции типа полиномов, $\dot{\xi}(t)$ — векторный процесс белого шума. Применение принципа усреднения позволяет получить интересные и важные результаты, если рассматриваемые исходные уравнения привести к стандартным по Боголюбову виду. Усреднение можно провести либо в самих стандартных уравнениях для амплитуд и фаз, которые анализируются затем с помощью уравнения ФПК, либо в уравнении ФПК, составленном для стандартных уравнений, также имеющем в этом случае стандартный вид. Методика распространяется на стохастические уравнения с частными производными гиперболического типа и стохастические уравнения с запаздыванием.

При исследовании влияния случайных сил на нелинейные колебательные системы, применение асимптотических методов нелинейной механики и метода уравнений ФПК имеет большое практическое преимущество перед другими методами, поскольку позволяет находить квадратуру стационарной плотности распределения амплитуды случайных колебаний.

- [1] Митропольский Ю.А. Метод усреднения в нелинейной механике. —К.: Наук. думка, 1971. —440 с.
 - [2] Митропольский Ю.А., Коломиец В.Г. Усреднение в стохастических системах // Укр. мат. журн. —1971. —т.23, № 3. —С. 318–345.
-