

А.М. Клопот (Институт математики, экономики и механики Одесского национального университета имени И.И. Мечникова, Украина)

Асимптотические представления решений одного класса дифференциальных уравнений n -го порядка

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$y^{(n)} = \sum_{k=1}^m \alpha_k p_k(t) [1 + r_k(t)] \varphi_k(y), \quad (1)$$

где $\alpha_k \in \{-1; 1\}$ ($k = 1, \dots, m$), $p_k : [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ ($k = 1, \dots, m$)- непрерывно дифференцируемые функции, $r_k : [a, \omega[\rightarrow \mathbf{R}$ ($k = 1, \dots, m$)- непрерывные функции, удовлетворяющие условиям

$$\lim_{t \uparrow \omega} r_k(t) = 0 \quad (k = 1, \dots, m),$$

$\varphi_k : \Delta_{Y_0} \rightarrow]0, +\infty[$ ($k = 1, \dots, m$)- непрерывные правильно меняющиеся при $y \rightarrow Y_0$ функции порядков $\sigma_1, \dots, \sigma_m$ (соответственно), $-\infty < a < \omega \leq +\infty$, Δ_{Y_0} - некоторая односторонняя окрестность Y_0 , Y_0 равно либо 0, либо $\pm\infty$.

Решение y уравнения (1) называется $P_\omega(Y_0, \lambda_{n-1}^0)$ -решением, если оно определено на некотором промежутке $[t_0, \omega[\subset [a, \omega[$ и такое, что соблюдаются условия

- 1) $y^{(n-1)}(t) \neq 0$ при $t \in [t_0, \omega[$, $\lim_{t \uparrow \omega} y(t) = Y_0$,
- 2) $\lim_{t \uparrow \omega} y^{(k-1)}(t) = \begin{cases} \text{либо } 0, \\ \text{либо } \pm\infty \end{cases} \quad (k = 2, \dots, n), \quad \lim_{t \uparrow \omega} \frac{[y^{(n-1)}(t)]^2}{y^{(n)}(t)y^{(n-2)}(t)} = \lambda_{n-1}^0.$

При некоторых дополнительных ограничениях на функции p_k ($k = 1, \dots, m$) в случае, когда $\lambda_{n-1}^0 \in \mathbf{R} \setminus \left\{0, \frac{1}{2}, \dots, \frac{n-2}{n-1}\right\}$ получены с использованием методики работ [1-2] и свойств правильно меняющихся функций [3] необходимые и достаточные условия существования $P_\omega(Y_0, \lambda_{n-1}^0)$ -решений у уравнения (1). Кроме того, установлены асимптотические представления для таких решений и их производных до порядка $n - 1$ включительно.

[1] Евтухов В.М. // Докл.АН России. — 1992. — **234**, №2.

[2] Евтухов В.М. //Сообщ. АН Грузии. — 1992. — **145**, № 2.

[3] Сенета Е. Правильно меняющиеся функции. — М.: Наука.- 1985.
