

В.Е. Капустян, И.С. Лазаренко (НТУУ "КПИ", Киев)

Некоторые задачи оптимального управления для параболических уравнений с нелокальными краевыми условиями

В докладе рассматриваются задачи оптимального управления для параболических уравнений с нелокальными краевыми условиями. Известны трудности исследования самых краевых задач: для таких задач не существует априорных оценок и поэтому методом разделения переменных доказано существование и единственность лишь классических решений. Это обстоятельство и использование биортогональных базисов, каждый из которых не является ортогональным в пространстве $L_2(0, 1)$, приводит к тому, что в отличие от случая локальных краевых условий, где допускались обобщенные решения краевых задач и L_2 - управления, здесь следует рассматривать лишь непрерывные управления и использовать специальные нормы решения краевых задач в критериях качества.

Пусть управляемый процесс $y(x, t)$ описывается краевой задачей

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + p(x, t), \quad (x, t) \in Q = \{0 < x < 1, t_0 < t \leq T < \infty\}, \quad (1)$$

$$y(x, t_0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$y(0, t) = 0, \quad \frac{\partial y(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial y(1, t)}{\partial x} + \alpha y(1, t), \quad t > 0. \quad (3)$$

Требуется найти непрерывное распределенное управление $p^*(x, t)$, которое переводит систему (1) - (3) в состояние $y(x, T) = \psi(x)$ и минимизирует функционал

$$I(p) = \int_{t_0}^T \|p\|_D^2 dt = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_0}^T p_k^2(t) dt, \quad (4)$$

где $p_k = (p, r_k)_{L_2(0,1)}$ - коэффициенты представления функции p по некоторому неортогональному базису W_α пространства $L_2(0, 1)$, а r_k - элементы базиса R_α , биортогонального к W_α .

В этом случае задача сводится к последовательности одномерных задач с минимальной энергией. При дополнительных предположениях по гладкости и краевым условиям на функции φ, ψ получено окончательное решение задачи. При изменении либо критерия качества, либо формы управления (зависящего лишь от времени - разделенного ($p(x, t) = g(x) \tilde{p}(t)$)) задача сводится к задаче с минимальной энергией в энергетических пространствах, порожденных некоторыми положительными операторами. Найдены достаточные условия разрешимости указанных задач. Для задачи

оптимального управления с полуопределенным критерием качества и ограниченным разделенным управлением получено полное решение задачи с ядром оператора обратной связи, представленным в виде рядов. Обоснованы конечномерные аппроксимации управления. Для распределенного управления в специальных нормах получено решение задачи оптимальной стабилизации. Для случая сингулярно возмущенной краевой задачи (1) - (3) рассмотрена задача оптимального управления с глобальными ограничениями на управления. Построены и обоснованы полные асимптотики ее решения. В случае больших α также получены полные асимптотики решения указанной задачи.
