Я.А.Калиновский, А.В.Федоренко (ИПРИ НАН Украины, Киев)

Представление в гиперкомплексных системах нелинейностей для математического моделирования

Задача представления нелинейности $F(X)$ от гиперкомплексной переменной X заключается в приведении этой нелинейности к гиперкомплексной функции, то есть к виду:

$$F(X) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_1, ..., x_n)e_i, \qquad (1)$$

где: n-размерность гиперкомплексной системы (далее гиперкомплексной числовой системы - ГЧС), f_i -вещественные функции от n компонент числа X, e_i - базисные элементы ГЧС. Представления нелинейностей типа степеней и полиномов базируются на законах выполнения алгебраических операций в конкретных ГЧС. Представления дробно-рациональных функций выполняются с помощью операций сопряжения и нормирования в ГЧС [1].

Определение нелинейностей типа экспоненты, тригонометрических и гиперболических функций в ГЧС введены Р.Гамильтоном. Нелинейности такого типа определяются как суммы соответствующих степенных рядов, как и для системы вещественных чисел. Для ГЧС второй размерности и кватернионов в тригонометрической форме суммирование таких рядов не представляет трудностей. В общем же случае и особенно для ГЧС больших размерностей эта задача вызывает значительные трудности. Авторами разработан общий метод построения представления таких нелинейностей [2]. Метод базируется на том, что степенные ряды удовлетворяют соответствующим дифференциальным уравнениям в гиперкомплексном виде $\dot{X} = MX$ и $\ddot{X} = \pm M^2X$ соответственно. Если в правых частях произвести операции по законам композиции той ГЧС, в которой строится нелинейность, то можно получит систему из n линейных дифференциальных уравнений от вещественных переменных и с вещественными коэффициентами.

Фундаментальные решения этой системы с соответствующим набором из n или $2n$ произвольных констант и будут компонентами представления нелинейности от гиперкомплексной переменной. Выбор констант должен удовлетворять основным характеристическим свойствам нелинейности. Так, например, для экспоненты $\exp(0) = E$, где E – единичный элемент системы, для тригонометрического синуса необходимо выполнение двух условий: $\sin(0) = 0$, а второе можно выбрать таким, для которого можно легко найти сумму соответствующего ряда.

С помощью этого метода были найдены аналитические выражения для нелинейностей типа экспоненты, тригонометрических и гиперболических функций и обратных им во многих ГЧС различных размерностей и показано, что вычисления значений нелинейностей с их использованием ускоряет вычислительную процедуру в 50-200 раз.

Работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины; проект № Ф29.1/026.

[1] Сиськов М. В., Калиновский Я.А., Постникова Т. Г., Синькова Т.В// Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2002. — Т. 4, №1

[2] Синьков М. В., Калиновский Я.А., Бояринова Ю.Е., Федоренко А.В. // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2006. — Т.8, №1.