*В. С. Ільків* (Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна)
*Т. В. Магеровська* (Львівський державний університет внутрішніх справ, Львів, Україна)

## Про гладкість розв'язків задачі Коші для систем рівнянь з частинними похідними

В області $\mathcal{D}^p = [0,T] \times \Omega^p$, де $\Omega^p$ — $p$-вимірний тор, розглядається задача Коші

$$D_t^n u + \sum_{j=1}^{n} A_j(D) D_t^{n-j} u = 0, \tag{1}$$

$$u|_{t=0} = \varphi_0, \quad D_t u|_{t=0} = \varphi_1, \ \ldots, \quad D_t^{n-1} u|_{t=0} = \varphi_{n-1}. \tag{2}$$

Вважаємо, що $A_j(D) = \sum\limits_{|s|\le jl} A_{js} D^s$, $A_{js}$ — матриці порядку $m$ з комплексними елементами, $D_t = \partial/\partial t$, $D^s = D_1^{s_1} \cdots D_p^{s_p}$, $D_j = -i\partial/\partial x_j$, $j = 1, \ldots, p$.

Простори $\mathbf{E}_{h,r}(\Omega^p)$ та $\mathbf{H}_q(\Omega^p)$ є поповненнями множини скінченних тригонометричних сум $v(x) = \sum_k \widehat{v}_k e^{i(k,x)}$ відповідно за нормами

$$\|v\|_{h,l} = \Big( \sum_{k\in\mathbf{Z}^p} \exp(2h\tilde{k}^l)|\widehat{v}_k|^2 \Big)^{1/2}, \qquad \|v\|_q = \Big( \sum_{k\in\mathbf{Z}^p} \tilde{k}^{2q}|\widehat{v}_k|^2 \Big)^{1/2}, \qquad \{h,r,q\} \subset \mathbf{R},$$

де $k = (k_1, \ldots, k_p)$, $x = (x_1, \ldots, x_p)$, $(k,x) = k_1x_1 + \cdots + k_px_p$, $\tilde{k} = (1 + k_1^2 + \cdots + k_p^2)^{1/2}$.

Простір $\mathbf{E}^n_{\Lambda,l}(\mathcal{D}^p)$ складається з таких функцій $u = u(t,x)$, що норма у просторі $\mathbf{E}_{\Lambda t,r}$ елемента $(1-\Delta)^{l(n-j)/2} D_t^j u(t,\cdot)$ є неперервною на $[0,T]$ функцією.

Вважаємо також заданими функції $\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1}$, які є елементами зі шкали просторів $\{\mathbf{H}_q(\Omega^p)\}_{q\in\mathbf{R}}$.

Вивчаються умови існування розв'язку задачі (1), (2) у просторі $\mathbf{E}^n_{\Lambda,l}(\mathcal{D}^p)$, причому $\Lambda = \sup\limits_{1\le j\le nm,\, k\in\mathbf{Z}^p} \mathbf{Re}\, \lambda_j(k)$, де $\lambda_j(k)$ — корінь многочлена $\det\Big(\lambda^n E + \sum\limits_{j=1}^{n} A_j(k)\lambda^{n-j}\Big)$.

Розв'язок задачі Коші існує за певних умов гладкості на праві частини $\varphi_j$ спільних для всіх векторів, складених з коефіцієнтів системи (1), із деякої області даних. Для багатьох таких векторів умови гладкості на $\varphi_j$ можна послабити, в залежності від оцінок *малих знаменників*, що властиві також і для розглядуваної задачі Коші [1], як і для крайових задач [2].

В рамках *метричного підходу* [1, 2] встановлено слабші умови на $\varphi_j$ у шкалі просторів $\{\mathbf{H}_q(\Omega^p)\}_{q\in\mathbf{R}}$, за яких задача (1), (2) розв'язна для „майже всіх" систем (1).

[1] Ільків В. С., Магаровська Т. В. Дослідження умов розв'язності задачі Коші для рівнянь із частинними похідними за допомогою метричного підходу// Нелинейные граничные задачи. – 2008. – **18**. – С. 86–106.

[2] Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М. Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – К.: Наук. думка, 2002. – 416 с.