

Хоменко М.П. (Інститут математики НАН України, Київ), Виврот Т.М. (ІДПІН ім. Г.М.Доброва НАН України, Київ)

Структура графів окремих класів довільної κ -класифікації графів

Запропонована в 1972-73 рр. М.П.Хоменком родина класифікацій всіх простих скінченних графів (κ -класифікації графів, $0 \leq \kappa \leq n$, n – порядок графа) з точки зору існування чи неіснування 1-фактора в самому графі чи в слушних його підграфах зіграла важливу роль при дослідженні властивостей та структури простих скінченних графів. S_0 -графи (графи без 1-факторів, примітивні графи) складають один з класів 0-класифікації графів згаданої родини класифікацій всіх простих скінченних графів. Ідея авторів цієї роботи дослідження структури S_0 -графів бере свій початок з топологічних питань побудови М.П.Хоменком загальної теорії укладуваностей та укладень графів в орієнтовні 2-багатовиди його методом ϕ -перетворень топологічних просторів. Ще в 1971 р. автори замітили, що якщо граф не містить жодного 1-фактора, то його доповнюючий граф не може бути графом інцидентів ϕ -гомеоморфних 2-кліток кліткового укладення твірного графа представлення в орієнтовний 2-багатовид. Згадана ідея була провідною, коли автори тоді вперше побудували мінімальне укладення повного графа порядку 13 в орієнтовний 2-багатовид роду 8 та вперше дослідили структуру S_0 -графів.

Тут досліджуються властивості та структура графів, що містять S - κ -тки, створеним авторами цієї роботи методом локалізованих переміжних ланцюгів. Плідним при цьому виявилось виділення слушних підкласів графів, властивості яких вигідно використали для дослідження властивостей та структури всіх графів розглядуваного класу, зокрема дуже цікавим і корисним виявився клас так званих N -графів. N -графи відіграли значну роль в дослідженні властивостей та структури всіх графів кожного класу довільної κ -класифікації всіх простих скінченних графів, адже всі $\dots H$ X_κ -графи – максимальні елементи частково впорядкованої за включенням множини графів кожного класу X_κ довільної κ -класифікації, як довели автори цієї роботи, є N -графами.

Теорема 1. Граф порядку n , $n \geq \kappa + 2$, $\kappa \geq 1$ є графом з S - κ -тками тоді і лише тоді, коли він є факторграфом або N -графом $N_{n, \kappa, 2-\kappa}(\{n_r\}_{r=1}^{\kappa-\kappa+2})$, $n_r \equiv 1 \pmod{2}$, $r=1(1)(\kappa-\kappa+2)$, $1 \leq \kappa \leq (n+\kappa-2)/2$ при $n-\kappa \equiv 0 \pmod{2}$, або N -графом $N_{n, n-1, 2-n}$ при $n-\kappa \equiv 1 \pmod{2}$.

Теорема 2. Граф порядку n , $n \geq \kappa + 2$ є графом з усіма S - κ -тками тоді і лише тоді, коли він є факторграфом або N -графом $N_{n, \kappa, 2+\kappa}(\{n_r\}_{r=1}^{\kappa+\kappa+2})$, $n_r \equiv 1 \pmod{2}$, $r=1(1)(\kappa+\kappa+2)$, $0 \leq \kappa \leq (n-\kappa-2)/2$ при $n-\kappa \equiv 0 \pmod{2}$, або N -графом $N_{n, n-1, 2-n}$ при $n-\kappa \equiv 1 \pmod{2}$.

Мінімальним графом порядку з n , $n \geq \kappa + 2$, $\kappa \geq 1$ з S - κ -тками і K - κ -тками є N -граф $N_{n, 0, \kappa}$, $\kappa = (n+\kappa)/2$. З теореми 2 при $\kappa=0$ випливає класична теорема Татта про примітивні графи. Описана структура графів окремих класів дає можливість побудувати всі графи заданого порядку розглядуваних класів.
