А.Ф. Верлань, И.О. Горошко, Е.Ю. Карпенко (*Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е.Пухова НАНУ*)

Метод фильтрации с использованием априорной информации для улучшения решений обратных задач

Решение обратных задач затрагивает большое количество различных областей. Прежде всего, эти задачи связаны с интерпретацией данных физических экспериментов и измерений. Идея построения решения многих задач заключается в использовании дополнительной априорной информации, что позволяет достаточно успешно получить необходимый результат. Решение обратных задач, во многих случаях, сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений, выбор метода решения которых также играет важную роль [1–3].

Рассмотрена классическая обратная задача — решение интегрального уравнения Фредгольма I рода:

$$\int_a^b K(x,s)y(s)ds = f(x),$$

которая свелась к решению системы линейных алгебраических уравнений вида $Ay=f$ путем дискретизации отрезка [a, b] и применения квадратурной формулы трапеций. Для решения полученной системы был выбран метод SVD разложения.

Последующая задача заключалась в построении оптимального корректирующего фильтра для подавления гиббсовских осцилляций в местах быстрого изменения функций или скачках. Был построен фильтр вида

$$\sigma(r,k) = f_0 + f_1\left(\frac{k}{r}\right) + f_2\left(\frac{k}{r}\right)^2 + f_3\left(\frac{k}{r}\right)^3,$$

где r— количество используемых компонент, k — номер компоненты.

Для нахождения коэффициентов f_i был рассмотрен тестовый пример и построен функционал, минимизировав который средствами Matlab удалось получить искомый фильтр. Применение построенного таким образом фильтра при решении задач восстановления различных сигналов, содержащих разрывы, показало, что, по сравнению с широко известными фильтрами Ланцоша $\left(\sigma(r,k) = \dfrac{\sin(\pi k/r)}{\pi k/r}\right)$ и Фейера $\left(\sigma(r,k) = \dfrac{r-k}{r}\right)$ [4], он более эффективно подавляет осцилляции, вызванные явлением Гиббса, и позволяет более точно восстанавливать сигналы вне зон, близких к скачкам. Использование априорной информации о наличии скачков дает также возможность экстраполировать решение в близких к ним зонах.

[1] Бакушинский А.Б. Некорректные задачи. Численные методы и приложения. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 199 с.
[2] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы.– К.: Наукова думка, 1986.– 544 с.
[3] Тихонов А.Н., Гончарский А.В, Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука, 1983. – 200 с.
[4] Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. – М.: Сов. радио, 1980. – 224 с.