М.Л. Горбачук, В.І. Горбачук (Інститут математики Національної академії наук України, Київ, Україна)

Прямі й обернені теореми теорії наближень розв'язків операторних рівнянь варіаційними методами

Як відомо, прямі й обернені теореми конструктивної теорії функцій з'ясовують зв'язок між порядком прямування до нуля найкращого наближення функції та степенем її гладкості.

Оскільки для операторного рівняння

$$Ax = y \tag{1}$$

наближення x_n розв'язку x певним варіаційним методом (Рітца, найменших квадратів, моментів) є найкращим у деякому банаховому просторі, пов'язаному з оператором A, природно виникло питання про встановлення прямих і обернених теорем, котрі характеризували б швидкість прямування до нуля похибки наближення $r_n = \|x_n - x\|$ в залежності від степеня гладкості x відносно деякого оператора B, схожого з оператором A в тому сенсі, що $\mathcal{D}(B) = \mathcal{D}(A)$, і значно простішого за A.

Для конкретних операторів (диференціальних, інтегральних) прямі теореми були отримані М.М. Криловим, М.М. Боголюбовим, М.П. Кравчуком та ін. В них порядок прямування r_n до нуля характеризується степенем гладкості розв'язку. Що ж до загального випадку, то прямі теореми були розглянуті Г.М. Вайніком, А.В. Джішкаріані та А.Ю. Лучкою лише для векторів зі скінченним степенем гладкості відносно оператора B ($x \in \mathcal{D}(B^k),\ k = 1, 2, \ldots$) за умови, що координатна система складається із власних векторів B. Ми ж одержуємо прямі й обернені теореми для розв'язку x довільної гладкості відносно оператора B, причому обернені теореми для варіаційних методів одержуються уперше.

Дослідження підтримані ДФФД України (гранти Ф28.1/017 та Ф29.1/003)