Л. Голинский (Физико-технический институт низких температур НАНУ, Харьков, Украина)

Ф. Пехерсторфер, П. Юдицкий (Университет Линц, Линц, Австрия)

О регулярности интерполяционной проблемы Неванлинны-Пика

Бесконечная эрмитова матрица $A = \|a_{ij}\|_{i,j\geq 0}$ неотрицательна, если

$$\delta_n(A) := \inf_{\|h\|=1} \sum_{i,j=0}^{n} a_{ij} h_j \bar{h}_i \geq 0, \quad \|h\|^2 = \sum_{j=0}^{n} |h_j|^2, \quad n = 0, 1, \dots. \tag{1}$$

В силу монотонного убывания δ_n существует предел $\delta(A) := \lim_{n\to\infty} \delta_n(A) \geq 0$. Назовем неотрицательную матрицу A регулярной, если $\delta(A) > 0$, и сингулярной в противном случае.

Аналогично, последовательность векторов $\{f_n\}_{n\geq 0}$ в гильбертовом пространстве называется регулярной (сингулярной), если ее матрица Грама $H = \|(f_i, f_j)\|$ регулярна (сингулярна).

Берг, Чен и Измаил [1] доказали, что последовательность степеней $\{x^n\}_{n\geq 0}$ регулярна в пространстве $L^2(R, \sigma)$ в том и только том случае, если соответствующая проблема моментов Гамбургера неопределена. Тем самым, проблема моментов Гамбургера регулярна тогда и только тогда, когда она неопределена.

В [2] исследована регулярность последовательности функций $\{(1 - \bar{z}_n z)^{-1}\}_{n\geq 0}$ в пространстве Харди H^2(иными словами, регулярность специальной интерполяционной проблемы Неванлинны–Пика).

Теорема 1 *Пусть $\{z_n\}$ удовлетворяет условию Бляшке, $B(z)$ – соответствующее произведение Бляшке. Последовательность $\{(1 - \bar{z}_n z)^{-1}\}$ регулярна в пространстве H^2 в том и только том случае, если мера*

$$\nu(\{z_n\}) = |B'(z_n)|^{-2} \tag{2}$$

есть мера Карлесона в единичном круге.

Построены примеры сингулярных последовательностей такого вида, при этом соответствующие проблемы Неванлинны–Пика имеют бесконечное множество решений.

[1] Berg C., Chen Y., and Ismail M. // Math. Scand. — 2002. — **91**, N. 1.

[2] Golinskii L., Peherstorfer F., and Yuditskii P. // Journ of Math. Phys., Analysis, Geometry —2008. —**4**.