О.Є. Гентош (Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна)

Лі-алгебраїчна структура інтегровної за Лаксом суперсиметричної системи Деві-Стюартсона

У роботах [1, 2] досліджувався зв'язок інтегровних за Лаксом суперсиметричних аналогів системи Деві-Стюартсона з ієрархіями додаткових симетрій, що виникають як гамільтонові потоки на розширеному фазовому просторі — декартовому добутку спряженого простору до алгебри Лі супер-інтегро-диференціальних операторів однієї та двох антикомутативних змінних із скалярними коефіцієнтами і просторів власних функцій асоційованих спектральних задач.

У даній роботі розглядається ієрархія потоків типу Лакса [1]

$$L_{t_p} = [(L^p)_+, L], \quad p \in \mathbf{N}, \tag{1}$$

на спряженому просторі $\mathcal{G}^* \simeq \mathcal{G}$ до алгебри Лі $\mathcal{G}$ супер-інтегро-диференціальних операторів

$$L := \partial/\partial x^q + \textstyle\sum_{j<2q} u_j(x,\theta) D_\theta^j,$$

де $u_j \in C^\infty(\mathbf{S}\times\Lambda_1; gl(m|n))$, $u_j = u_j(x,\theta) := u_j^0(x) + \theta u_j^1(x)$, $j \in \mathbf{Z}$, $D_\theta := \partial/\partial\theta + \theta\partial/\partial x$ — оператор супердиференціювання, $x \in \mathbf{S} \simeq \mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z}$, $\theta \in \Lambda_1$, $\Lambda := \Lambda_0 \oplus \Lambda_1$ — алгебра Грассмана над полем $\mathbf{C}$, $q \in \mathbf{N}$, відносно скалярного добутку

$$(A,B) := \textstyle\int_0^{2\pi} dx \int d\theta \, sSp\,(res\, AB), \quad A, B \in \mathcal{G},$$

де символ res позначає коефіцієнт при операторі D_θ^{-1}, sSp — суперслід суперматриці.

За допомогою знайденого на розширеному фазовому просторі $\mathcal{G}^* \times W^2 \times \tilde{W}^2$ перетворення Лі-Беклунда [1] встановлено існування гамільтонового зображення для ієрархії (1), доповненої еволюціями власних функцій відповідних прямої та спряженої спектральних задач [1], що набувають вигляду:

$$F_{k,t_p} = (L^p)_+ F_k, \; F^*_{k,t_p} = -(L^p)^*_+ F^*_k, \quad \Phi_{k,t_p} = (L^p)_+\Phi_k, \; \Phi^*_{k,t_p} = -(L^p)^*_+\Phi^*_k, \tag{2}$$

де $F_k, \Phi^*_k \in W := L_\infty(\mathbf{S}\times\Lambda_1; \Lambda_0^m \times \Lambda_1^n)$, $F^*_k, \Phi_k \in \tilde{W} := L_\infty(\mathbf{S}\times\Lambda_1; \Lambda_1^m \times \Lambda_0^n)$.

Запропоновано нове суперсиметричне узагальнення нелінійної динамічної системи Деві-Стюартсона з трилінійним матричним зображенням Лакса, що виникає з умови сумісності пов'язаної з деяким матричним супер-інтегро-диференціальним оператором спектральної задачі та перших двох еволюцій з ієрархії (2).

[1] Hentosh O.Ye. // Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications. — 2006. — **2**; nlin. SI/0601007.

[2] Hentosh O.Ye. // Operator Theory: Advances and Applications: Modern Analysis and Applications. The Mark Krein Centenary Conference. — Verlag-Basel: Birkhauser, 2009. — **191**.