И.Г. Ганиев , С.С. Сададдинова (Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Национальный Университет Узбекистана)

Марковские процессы и полугруппы в пространствах Банаха-Канторовича $E[L_p]$

Пусть (Ω, Σ, μ) – измеримое пространство с полной конечной мерой и $L_0 = L_0(\Omega)$ – алгебра всех действительных измеримых функций на (Ω, Σ, μ) (равные почти всюду функции отождествляются).

Пусть E – идеальное пространство на (Ω, Σ, μ), (S, m) – пространство с мерой m и $E[L_p]$ – пространство всех измеримых функций K на $\Omega \times S$, удовлетворяющих следующим двум условиям:
а) функция $x \mapsto K(\omega, x)$ принадлежит $L_p(S, m)$ для п.в. $\omega \in \Omega$;
б) функция $\omega \mapsto \|K(\omega, \cdot)\|_{L_p}$ измерима и ее класс эквивалентности $\|K\|$ входит в E.

Известно, что $E[L_p]$ есть пространство Банаха-Канторовича над E [1].

Пространство $E[L_p]$ и интегральные операторы в пространствах $E[L_p]$ хорошо изучены (см. например [2]).

Теорема. Пусть $P(t, x, A)$ – марковский процесс с инвариантной мерой m и $p = 1$ или 2. Тогда

(i) равенство

$$(T_t K)(\omega, x) = \int\limits_S K(\omega, y) P(t, x, dy)$$

определяет положительный L_0-линейный, L_0-ограниченный оператор в $E[L_p]$, при этом $T_{t+s} = T_t T_s$, $T_t \mathbf{1} = \mathbf{1}$ и $\|T_t K\| \leq \|K\|$ для любого $K \in E[L_p]$.

(ii) для любой функции $K \in E[L_p]$ в $E[L_p]$ существует предел

$$(bo) - \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} T_k K = K^*,$$

при этом $T_1 K^* = K^*$.

[1] Кусраев А.Г. *Мажорируемые операторы.* Москва: Наука, 2003.-619 с.

[2] Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М., Наука. 1977, 742 с.