

З.Ю. Філер (Кіровоградський державний педагогічний університет ім. Володимира Винниченка, Україна)

О.І. Музиченко (Державна льотна академія України, Кіровоград, Україна)

## Стійкість лінійних систем із запізненнями

Розглядаються диференціальні рівняння виду  $y(n) + \sum_{k=1}^n [a_{n-k}y^{n-k}(t) + \sum_{j=1}^n (b_{n-k,j}y^{n-k}(t - \tau_{n-k,j}))] = 0$ . Пошук його розв'язку у вигляді  $y(t) = \exp \lambda t$  приводить до характеристичного рівняння. Класичні критерії асимптотичної стійкості диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами Рауса і Гурвіца створені в ХІХ ст. і розраховані на ручні обчислення. Зараз стає актуальною програмна реалізація критеріїв стійкості [1, 2]. Для трансцендентного рівняння (1)

$$f(\lambda) \equiv \lambda^n + \sum_k \left[ \lambda^{n-k} a_{n-k} + \sum_j b_{n-k,j} e^{-\lambda \tau_{n-k,j}} \right] = 0. \quad (1)$$

ці критерії не вдається модернізувати. У 30-і роки ХХ ст. розроблений критерій Михайлова, який по величині кута  $\Phi$  повороту радіус-вектора годографа функції  $f(i\omega)$  при зміні  $\omega$  на півосі  $[0; +\infty]$  дає висновок про стійкість розв'язків відповідного диференціального рівняння, зокрема, із запізненнями. Пропонується фінітизація критерія Михайлова заміною  $(1-t)^n f(\frac{it}{1-t})$ , яка робить годограф скінченим з можливістю зображення на екрані комп'ютера. Якщо воно не потрібне, достатньо знайти кінцеве значення розв'язку задачі Коші для спеціального рівняння першого порядку відносно кута повороту  $\phi$  годографа на проміжку  $t \in [0; 1)$ .

$$3y^{(4)}(t) + 7y'''(t - \tau_1) + 8y''(t - \tau_2) + 4y'(t) + 2y(t) = 0$$

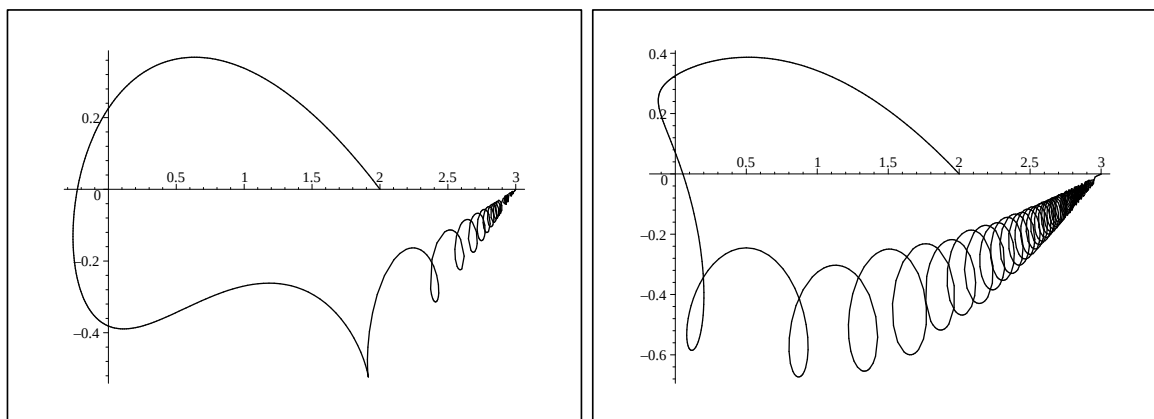


Рис. 1: Скінчені годографи рівняння

На рис. 1 зображені годографи рівняння з різними значеннями запізнень. На рис. 1: зліва – асимптотично стійка система ( $\tau_1 = 0.7, \tau_2 = 0.5$ ), справа – нестійка ( $\tau_1 = 3.7, \tau_2 = 2.5$ ). Побудовано комплекс програм, які реалізують розроблені алгоритми. Ці програми можна використати і в навчальному процесі в курсах “Диференціальні рівняння”, САУ, ТАУ тощо.

- [1] *Филер З.Е., Музыченко А.И., Дреев А. Н.* Алгоритмы и программы анализа устойчивости линейных систем с запаздыванием. // X Межд. Семинар “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления” Тез. докл. — М.: ИПУ. 2008. — С. 332 – 334.
  - [2] *Филер З.Е., Музыченко А.И.* Об устойчивости решений линейных уравнений//Клас. задачи динамики тв. тела. Межд. конф. (9-13.06.2007, Донецк). Тез. докл. — Донецк: ИПММ НАН Укр., 2007. — С. 78.
-