

М. М. Федик, О. П. Гнатюк (ЛНУ ім. І.Франка, ЛНУ ім. І.Франка)

## Ізоспектральність деяких крайових задач для оператора Штурма-Ліувілля

Досліджено залежність власних значень операторів  $A(\alpha, \beta) : L_2[0, 1] \rightarrow L_2[0, 1]$

$$A(\alpha, \beta)x := -x'' + q(t)x, q(t) \in C[0, 1]$$

$$D(A(\alpha, \beta)) = \{x \in L_2(0, 1) : x'' \in L_2(0, 1),$$

$$x(0) = \alpha x(1), x'(0) = \beta x'(1) \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}.$$

від параметрів крайових умов  $\alpha$  та  $\beta$  для неперервного на  $[0, 1]$  потенціала  $q$ .

Показано, що для випадку сталого потенціала  $q$  власні значення операторів  $A(\alpha, \beta)$  є однаковими для тих пар  $(\alpha, \beta)$ , що знаходяться на деяких гіперболах в площині  $(\alpha, \beta)$ . Всі ці гіперболи проходять через точки  $(1, -1)$  та  $(-1, 1)$ . При цьому, якщо  $q \in \mathbb{R}$  і  $(1 - \alpha^2)(1 - \beta^2) < 0$ , то спектри всіх операторів  $A(\alpha, \beta)$  лежать на дійсній осі.

Об'єднання всіх спектрів операторів  $A(\alpha, \beta)$  (при  $\alpha + \beta \neq 0$ ) утворюють множину, що складається з променя, який виходить з точки  $q$ , паралельно додатному напрямку дійсної осі, і деякої сім'ї парабол, вершини яких лежать на цьому промені.

Якщо  $q(t)$  є неперервною функцією, то дійсне власне значення  $\lambda$  деякого оператора  $A(\alpha_0, \beta_0)$  є власним значенням операторів  $A(\alpha, \beta)$  для тих пар  $(\alpha, \beta)$ , що знаходяться на деякій гіперболі в площині  $(\alpha, \beta)$ .

Показано, що спектри операторів  $(A(\alpha, \beta))$  та  $(A(\alpha, \beta))^*$  для дійсного потенціала  $q(t)$  співпадають. Крім того, якщо  $q = const$ , спектри операторів  $(A(\alpha, \beta))^*$  також однакові на згаданих вище гіперболах.

---