С.Ф.Файзуллаева (Узбекистан,Самарканд, СамГУ)

О спектральных оценках случайных последовательностей

Рассматривается стационарный процесс $\xi(t)$ с дискретным временем. Очевидно, то семиинварианты $S_n(t_1,...,t_n) = \int\limits_{\Pi^m} \exp\left\{ i\sum_{k=1}^{n} t_k \lambda_k \right\} F_n(d\overline{\lambda})$. (1)

инвариантны по сдвигам:

$S_n(t_1+\tau,...,t_n+\tau) = S_n(t_1,...,t_n)$, (2)

а спектральные меры F_n сосредоточены на многообразиях $\lambda_1 + ... + \lambda_n = 0(\mathrm{mod}\, 2\pi)$ и их естественно записывать в виде

$F_n(M) = \int\limits_{M} f_n(\lambda_1,...,\lambda_n)\delta^*(\lambda_1+...+\lambda_n)d\overline{\lambda}$ (3)

где $M \subset \Pi^n, \delta^*(x) = \sum_t \delta(x-2\pi t), \delta(x)$ -дельта функция Дирака.

Из (2), (3) для спектральных плотностей $f_n(\lambda_1,...,\lambda_n)$

следует формальное разложение

$$f_n(\lambda_1,...,\lambda_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \sum_{\substack{t_1,...,t_n \\ \min\limits_i t_i = 0}} S_n(t_1,...,t_n)\exp\left\{ -i\sum_{k=1}^{n} t_k \lambda_k \right\}$$

(4)

Заметим что $f(\lambda) = f_2(\lambda,-\lambda)$, как функция одного переменного, является обычной спектральной плотностью стационарного процесса.

Пусть $\eta_E(t), t = ...,-1,0,1,...$ некоторая неотрицательная функция, равная нулю вне отрезка $[0,E]$. По выборке $\{\xi(Q),...,\xi(Q+E)\}$ построим функцию

$W_E^Q(\lambda) = \sum\limits_{t=-\infty}^{+\infty} \eta_E(t-Q)e^{it\lambda}\xi(t)$; $\varphi_E^Q(x) = \sum\limits_{t=-\infty}^{+\infty} \eta_T(t-Q)e^{itx}$ (5)

Очевидно,

$\varphi_E^Q(x) = \varphi_E^0(x)e^{iQx}$; $\varphi_E^0(x) = \varphi_E(x)$. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|\varphi_E(x)\right|^2 dx = 1$ (6)

Используя некоторые рассуждения работы[1] ,мы приведем точное выражение для смещения статистики: $f_N(\lambda) = \frac{1}{T}\sum\limits_{k=0}^{T-1}\left|W_E^{L_k}(\lambda)\right|^2$, где $N = (T-1)L + E + 1$, причем L,E,T есть целочисленные функции от N.

Теорема. Если существуют моменты до второго порядка процесса, то

$\Delta\bar{f}_N(\lambda) = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|\varphi_E(x-\lambda)\right|^2 (f(x) - f(\lambda))dx$.

Л и т е р а т у р а

1.Леоненко Н.Н,ИвановА.В.Статистический анализ случайных полей.-Киев:вища шк.Изд-во при Киев. ун-те,1986.-216с.