В.М. Евтухов, Е.С. Владова (Кафедра дифференциальных уравнений, ИМЭМ, ОНУ имени И.И. Мечникова)

Асимптотическое поведение решений нелинейных n- мерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} y_i' = \alpha_i p_i(t)\varphi_{i+1}(y_{i+1}) \quad (i=\overline{1,n-1}), \\ y_n' = \alpha_n p_n(t)\varphi_1(y_1), \end{cases} \tag{1}$$

где $\alpha_i \in \{-1,1\} \quad (i=\overline{1,n})$, $p_i(t) : [a,\omega[\to]0,+\infty[\quad (i=\overline{1,n})$ - непрерывные функции, $-\infty < a < \omega \le +\infty$, $\varphi_i : \Delta(Y_i^0) \to]0;+\infty[\quad (i=\overline{1,n})$ - непрерывно дифференцуруемые и правильно меняющиеся при $y \to Y_i^0$ функции порядков σ_i таких, что $\prod_{i=1}^n \sigma_i \ne 1$, $\Delta(Y_i^0)$ - некоторая односторонняя окрестность точки Y_i^0, Y_i^0 равно либо 0, либо $\pm\infty$.

При $n=2$ и $\varphi_{3-i}(y_{3-i}) = |y_{3-i}|^{\sigma_{3-i}}$ $(i=1,2)$ асимптотика неколеблющихся решений системы (1) исследовалась в [1-3].

Решение $(y_i)_{i=1}^n$ системы (1) будем называть $P_\omega(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$- решением, если оно определено на промежутке $[t_0,\omega[\subset [a,\omega[$ и удовлетворяет условиям:

$$y_i(t) \in \Delta(Y_i^0) \quad \text{при} \quad t \in [t_0,\omega[, \quad \lim_{t\uparrow\omega} y_i(t) = Y_i^0, \quad \lim_{t\uparrow\omega} \frac{\pi_\omega(t) y_i'(t)}{y_i(t)} = \lambda_i \quad (i=\overline{1,n}),$$

где $\pi_\omega(t) = t$, если $\omega = +\infty$, и $\pi_\omega(t) = t-\omega$, если $\omega < +\infty$.

Теорема. *Пусть $\lambda_i \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $(i=\overline{1,n})$. Тогда для существования у системы (1) $P_\omega(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$ - решений, необходимо, а если алгебраическое уравнение $\prod_{i=1}^n(\lambda_i+\nu) - \prod_{i=1}^n \sigma_i\lambda_i = 0$ не имеет корней с нулевой действительной частью, то и достаточно, чтобы для любого $i \in \{1,\dots,n\}$*

$$\lim_{t\uparrow\omega} \frac{\pi_\omega(t) p_i(t)}{\int_{A_{i1}}^t p_i(\tau)\,d\tau} = \lambda_i - \sigma_{i+1}\lambda_{i+1}, \qquad \text{если} \qquad \lambda_i - \sigma_{i+1}\lambda_{i+1} \ne 0,$$

$$\lim_{t\uparrow\omega} \frac{\pi_\omega^2(t) p_i(t)}{\int_{A_{i2}}^t \pi_\omega(\tau) p_i(\tau)\,d\tau} = 1, \qquad \text{если} \qquad \lambda_i - \sigma_{i+1}\lambda_{i+1} = 0,$$

и выполнялись знаковые условия

$$\lambda_i \pi_\omega(t) > 0 \quad \text{при} \quad Y_i^0 = \pm\infty, \quad \lambda_i\pi_\omega(t) < 0 \quad \text{при} \quad Y_i^0 = 0, \quad \alpha_i \operatorname{sign}[\lambda_i \pi_\omega(t)] = \mu_i,$$

где $\sigma_{n+1} = \sigma_1$, $\lambda_{n+1} = \lambda_1$, $A_{ik} \in \{a,\omega\}$ $(k=1,2)$, μ_i имеет такой же знак, какой у чисел из $\Delta(Y_i)$.

[1] *Мирзов Д.Д.// Дифференц. уравнения. — 1985. —* **21***, №9.*

[2] *Евтухов В.М.//Доп. НАН України. — 2002. — N 4.*

[3] *Евтухов В.М.//Доп. НАН України. — 2002. — N 5.*