

В.А. Дорошенко (Харьковский национальный университет радиозлектроники, Харьков, Украина)

Об одном аналитико-численном методе решения первой и второй краевых задач для трехмерного волнового уравнения в угловых областях

В задачах электродинамики для определения рассеянных полей во временной области коническими и клиновидными поверхностями, как правило, используются численные методы, которые позволяют только количественно определить характеристики рассеивания и не дают качественного описания физического процесса. В данной работе предлагается аналитико-численный метод решения первой и второй краевой задач для трехмерного волнового уравнения в конической области или в области, содержащей незамкнутую коническую поверхность, имеющую, в частности, периодические продольные вырезы. Для решения такой задачи используется аппарат интегральных преобразований Мелера-Фока

$$\hat{F}(\tau) = \int_0^{+\infty} shbF(b)P_{-\nu/2+i\tau}(chb)db, \quad b \in [0, +\infty),$$
$$F(b) = \int_0^{+\infty} \tau th\pi\tau \hat{F}(\tau)P_{-\nu/2+i\tau}(chb)d\tau$$

и метода задачи сопряжения, в следствие чего исходную задачу математической физики для конической структуры удается свести к системам линейных алгебраических уравнения второго рода фредгольмовского типа

$$X + BX = C.$$

Матричный оператор этих систем является вполне непрерывным, а в случае малых параметров задачи (ширина вырезов, конических лент, угол раствора конуса) – сжимающим в рассматриваемом пространстве. В последних случаях удается получить аналитические решения и провести его анализ в широком диапазоне изменения параметров задачи и пространственно-временных переменных.

Для произвольных соотношений между геометрическими параметрами конической структуры решение получается численно. Данный метод позволяет определить поведение решения вблизи сингулярности границы (вершина конуса и кромки вырезов), чего невозможно изучить с помощью численных методов. Предложенный метод может быть эффективно использован для решения смешанных краевых задач для трехмерного волнового уравнения в случае сложных конических поверхностей или клиновидных областей.

В настоящей работе предложен аналитико-численный метод решения краевых задач для трехмерного волнового уравнения в областях со сложной или клиновидной геометрией. Его использование в моделях электродинамики позволяет также качественно изучить процесс рассеивания волн объектами с угловыми точками, вырезами и ребрами.
