

М.В. Долгополова (Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Украина)

Спектральное разложение одного класса несамосопряженных операторов

Работа выполнена в соавторстве с Г.М. Губреевым и С.И. Недобачием.

Пусть B — вольтерров диссипативный оператор, действующий в сепарабельном гильбертовом пространстве \mathfrak{H} , то есть $((\operatorname{Im} B)h, h) \geq 0$, $h \in \mathfrak{H}$. Предположим, что $\operatorname{Ker} B = \{0\}$ и $\operatorname{rank} (\operatorname{Im} B) = n < \infty$. Через Q_n обозначается класс операторов вида

$$Kh := B^*h + \sum_{k=1}^n (h, f_k)g_k, \quad h \in \mathfrak{H},$$

где g_k — некоторый базис подпространства $(\operatorname{Im} B)\mathfrak{H}$, f_k — произвольные векторы пространства \mathfrak{H} ($1 \leq k \leq n$). Оператору K отвечает целая матрица-функция Φ с элементами

$$\Phi_{kj}(z) = \delta_{jk} - z((I - zB^*)^{-1}g_j, f_k), \quad 1 \leq k, j \leq n$$

Через Λ обозначим множество корней уравнения $\det \Phi(z) = 0$ (с учетом кратностей) и положим

$$\Lambda_{\pm} := \Lambda \cap \mathbb{C}_{\pm}; \quad \Lambda_+ := \{\lambda_k^+\}; \quad \Lambda_- := \{\lambda_k^-\}$$

Пусть \mathcal{B}_+ (\mathcal{B}_-) — произведение Бляшке в \mathbb{C}_+ (\mathbb{C}_-) с нулями на множествах Λ_+ (Λ_-) соответственно, a — экспоненциальный тип $(I - zB)^{-1}$.

Теорема. Пусть оператор $K \in Q_n$, причем $\Lambda \cap \mathbb{R} = \emptyset$. Если вес $\Phi(x)\Phi^*(x)$, $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет матричному условию (A_2) и имеют место неравенства

$$\inf_{\operatorname{Im} z > 0} \{|\mathcal{B}_+(z)| + |e^{iaz} - 1|\} > 0, \quad \inf_{\operatorname{Im} z < 0} \{|\mathcal{B}_-(z)| + |e^{-iaz} - 1|\} > 0,$$

то оператор K подобен ортогональной сумме $K_1 \oplus (-K_2)$, где K_1, K_2 — диссипативные операторы, причем $\operatorname{rank} (\operatorname{Im} K_i) \leq n$, $i = 1, 2$.

Отметим, что при некоторых дополнительных условиях справедливо обратное утверждение.