

Ю. Б. Дмитришин

(Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна)

Задача без початкових умов для абстрактних неявних вироджених еволюційних рівнянь

Нехай V та W — дійсні рефлексивні сепарабельні банахові простори з неперервним і щільним вкладенням $V \subset W$. Припустимо, що простір W неперервно вкладається у спряжений W' . Тоді отримаємо трійку неперервних вкладень $V \subset W \subset W' \subset V'$, де V' — спряжений до V простір. Нехай S — дійсна числова вісь або промінь $(-\infty, T]$, де $T \in \mathbb{R}$. Розглянемо задачу без початкових умов: знайти функцію $u : S \rightarrow V$ таку, що

$$(\mathcal{B}u(t))' + \mathcal{A}(t, u(t)) = f(t) \quad \text{в } \mathcal{D}'(S, V'), \quad (1)$$

де $\mathcal{B} : W \rightarrow W'$ — лінійний неперервний симетричний, можливо вироджений, оператор, $\mathcal{A}(t, \cdot) : V \rightarrow V'$, $t \in S$, — сім'я нелінійних монотонних операторів, а $f : S \rightarrow V'$ — деяка функція.

Доводимо існування та єдиність розв'язку задачі без початкових умов (1) без припущень на поведінку розв'язку та зростання функції f при $t \rightarrow -\infty$. Відзначимо, що у лінійному випадку потрібно накладати певні обмеження (див. [1, 2]). Отримані результати покращують аналогічні результати роботи [3] насамперед, завдяки явному заданню простору W і послабленню умов на монотонність та коерцитивність сім'ї операторів $\mathcal{A}(t, \cdot)$, $t \in S$. Так, ці результати можуть бути застосовані до розв'язання першої крайової задачі без початкових умов для півлінійного еліптико-параболічного рівняння

$$\frac{\partial}{\partial t}(b(x)v) - a(x,t)\Delta v + c(x,t)|v|^{p-2}v = g(x,t), \quad (x,t) \in \Omega \times S,$$

де Ω — обмежена область в \mathbb{R}^n ($n \in \mathbb{N}$), $v : \bar{\Omega} \times S \rightarrow \mathbb{R}$ — невідома функція, $b : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $a, c, g : \Omega \times S \rightarrow \mathbb{R}$ — деякі задані функції такі, що $b(x) \geq 0$ для м.в. $x \in \Omega$, $a(x,t) \geq a_0 > 0$, $c(x,t) \geq c_0 > 0$ для м.в. $(x,t) \in \Omega \times S$, $p > 2$ — деяке число.

- [1] Бокало Н. М. О задаче без начальных условий для некоторых классов нелинейных параболических уравнений // Труды семинара им. И. Г. Петровского. – 1989. – Вып. 14. – С. 3-44.
 - [2] Дмитришин Ю. Б. Задача без початкових умов для лінійних та майже лінійних вироджених операторних диференціальних рівнянь // Укр. мат. журн. – 2009. – 61, №3. – С. 289-432.
 - [3] Bokalo M., Dmytryshyn Yu. Problems without initial conditions for degenerate implicit evolution equations // Electron. J. Differ. Equations. – 2008. – 2008, №4. – P. 1-16.
-