

Т.Д.Джураев, Ю.П.Анаков (Институт Математики и Информационной технологий, АН Узбекистан, г.Ташкент; Наманганский инженерно-педагогический институт, г.Наманган, Узбекистан.)

О решении одной краевой задачи для квазиэллиптического уравнения

Вязкое трансзвуковое уравнение, (ВТ-уравнение) описывающее обтекание тел вращения вязкого и теплопроводящего газа имеет вид [1]

$$u_{xxx} + u_{yy} - \frac{\nu}{y}u_y = u_x u_{xx} \quad (1)$$

При $\nu = 0$ уравнение (1) описывает плоско-параллельный поток и имеет вид

$$u_{xxx} + u_{yy} = F(x, y) \quad (2)$$

В области $D = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < l\}$, где $p, l = \text{const} > 0$, для квазиэллиптического уравнения, сопряженного к уравнению (2)

$$u_{xxx} - u_{yy} = f(x, y) \quad (3)$$

рассмотрим следующую задачу

Задача F_2 . Найти регулярное решение уравнения (3) в области D удовлетворяющее краевым условиям

$$u_y(x, 0) = \varphi_1(x), u_y(x, l) = \varphi_2(x), u(0, y) = \psi_1(y), u(p, y) = \psi_2(y), u_x(p, y) = \psi_3(y)$$

где $\varphi_i(x) \in C[0, p], i = 1, 2, \psi_j(y) \in C^3[0, l], j = 1, 2, \psi_3(y) \in C^2[0, l], f(x, y) \in C_{x,y}^{0,2}(\overline{D})$ кроме того, выполняются следующие условия, согласования:

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) &= \psi_1'(0), \varphi_1(p) = \psi_2'(0), \varphi_1'(p) = \psi_3'(0), \varphi_2(0) = \psi_1'(l), \\ \varphi_2(p) &= \psi_2'(l), \varphi_2'(p) = \psi_3'(l), f_y'(x, 0) = f_y'(x, l) = 0. \end{aligned}$$

В данной работе показана однозначная разрешимость задачи F_2 . При этом решение получено в явном виде с помощью построение функции Грина, для второй краевой задачи. Решение имеет вид:

$$\begin{aligned} 2u(x, y) &= \int_0^l G_{\xi\xi}(x, y; p, \eta)\psi_2(\eta)d\eta - \int_0^l G_{\xi\xi}(x, y; 0, \eta)\psi_1(\eta)d\eta - \int_0^l G_{\xi}(x, y; p, \eta)\psi_3(\eta)d\eta - \\ &- \int_0^p G(x, y; \xi, l)\varphi_2(\xi)d\xi + \int_0^p G(x, y; \xi, 0)\varphi_1(\xi)d\xi - \int \int_D G(x, y; \xi, \eta)f(\xi, \eta)d\xi d\eta. \end{aligned}$$

- [1] Диесперов В.Н. О функции Грина линеаризованного вязкого трансзвукового уравнения. Журнал вычислительной математики и математической физики. 1972, том 12, № 5, с. 1265-1279.
-