

В. И. Дискант (Кафедра высшей математики Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина)

Точность оценок ширины опорного слоя изопериметрика геометрии Минковского

Пусть B единичный шар n -мерного пространства Минковского M^n по определению Буземана, I - изопериметрик M^n [1]. Введем в M^n вспомогательную евклидову метрику с условием $V(B) = \nu_n$, где $V(B)$ - объем B в этой метрике, ν_n - объем единичного шара E в n -мерном евклидовом пространстве R^n . Тогда ширина опорного слоя изопериметрика I в направлении вектора \vec{u} , $|\vec{u}| = 1$, т.е. расстояние между опорными гиперплоскостями I , перпендикулярными \vec{u} , равна $2 \frac{h_I(\vec{u})}{h_B(\vec{u})}$ [2], где $h_I(\vec{u})$ - расстояние от общего центра симметрии I и B до опорной плоскости I с внешней нормалью \vec{u} .

В [2] были получены следующие оценки для ширины опорного слоя изопериметрика

$$\frac{4\nu_{n-1}}{n\nu_n} \leq 2 \frac{h_I(\vec{u})}{h_B(\vec{u})} \leq \frac{4\nu_{n-1}}{\nu_n}, \quad (1)$$

и их следствие

$$\frac{4\nu_{n-1}}{n\nu_n} \leq \Delta_B(I) \leq D_B(I) \leq \frac{4\nu_{n-1}}{\nu_n}, \quad (2)$$

в которых $\Delta_B(I)$ - ширина I в M^n , $D_B(I)$ - диаметр I в M^n .

Следствием (1) являются и оценки

$$\frac{2\nu_{n-1}}{n\nu_n} \leq q(I, B) \leq Q(I, B) \leq \frac{2\nu_{n-1}}{\nu_n} \quad (3)$$

в которых $q(I, B)$ - коэффициент вместимости B в I , $Q(I, B)$ - коэффициент охвата I единичным шаром B [2].

Оценки (1), (2), (3) точны. Имеют место утверждения:

В левых частях оценок (1), (2), (3) знак равенства имеет место для единичного шара B в случае и только в случае, если найдется такой вектор \vec{u} , что результатом симметризации Шварца шара B относительно прямой, параллельной \vec{u} , будет прямой шаровой биконус.

В правых частях оценок (1), (2), (3) знак равенства имеет место для единичного шара B в случае и только в случае, если найдется такой вектор \vec{u} , что результатом симметризации Шварца шара B относительно прямой, параллельной \vec{u} , будет прямой шаровой цилиндр.

Оценки (3) были получены и в [3]. Однако точность оценок (3) в [3] отлична от точности оценок (3), приведенных выше.

[1] К. Лейхтвейс, Выпуклые множества. М.: Наука, 1985, -336с.

[2] V. I. Diskant, Estimates for Diameter and Width for the isoperimetrix in Minkowski geometry //J. of Math. physics, analysis, geometry. – 2006, vol. 2, No. 4, pp. 388-395

[3] H. Martini, Z. Mustafaev, Some applications of cross-section measures in Minkowski spaces //Periodica Mathematica Hungarica. Vol. 53 (1-2), 2006, pp. 185-197