П. Н. Денисенко (КННПК, г. Кировоград, Украина)

Алгебраические алгоритмы для решения дифференциальных и интегральных уравнений в системах компьютерной алгебры

Задача. Построить инструментальные средства для конструирования алгебраических алгоритмов для решения в системах компьютерной алгебры (СКА) функциональных уравнений отдельных типов. Эти алгоритмы имеют такие *характеристики.*
Вход. Функциональное уравнение типа M ($task \in M$), отрезок $[a, b]$, $n \in N$.
Выход. Алгебраический многочлен порядка $n - y_n \approx y = solve(task)$ оптимальный для исследования функции y (функций $y, y', \ldots, y^{(k)}$) — в пространстве $C_{[a,b]}$ ($C^k_{[a,b]}$) $y_m, \ldots, y_n,\ y_{n+1}, \ldots\ \rightarrow\ y$ и ограничен коэффициент оптимальности алгоритма.

Актуальность. СКА вычисляют решение дифференциальных уравнений в виде:
— композиция специальных математических функций (существует не часто),
— частная сумма порядка n ряда Тейлора решения задачи Коши. Обычно $n < 10$.
СКА не решают аналитически отдельные типы интегральных уравнений.

Инструментальные средства построенные и исследованные в работе.

1. Алгебраические алгоритмы τ-метода Ланцоша [1], a-метода Дзядыка [2] и применения a-метода для решения в СКА трех типов линейных функциональных уравнений с многочленными коэффициентами — задач $task \in A_1 \vee A_2 \vee A_3$.
   A_1. Задача Коши для ЛДУМК — линейных дифференциальных уравнений.
   A_2. Многоточечная линейная краевая задача для ЛДУМК [3].
   A_3. Линейные интегральные уравнения с многочленными коэффициентами.
2. Метод 1 конструирования алгоритмов для решения нелинейных уравнений:
   — аппроксимация исходного уравнения последовательностью задач $A_1 \vee A_2 \vee A_3$,
   — решение задач этой последовательности по алгоритмам, упомянутым в п. 1.
3. Алгебраические алгоритмы, построенные по методу 1, для решения нелинейных функциональных уравнений классических типов — Гаммерштейна [4], задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Результаты исследования построенных алгоритмов доказывают.
Построенными в работе инструментальными средствами легко конструировать алгебраический алгоритм для решения в СКА отдельного типа функциональных уравнений, исследовать его и записать в виде программы на внешнем языке СКА.

[1] Ланцош К. *Практические методы прикладного анализа.* — М.: ФМ. — 1961. — 524 с.

[2] Дзядык В. К. *Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.* — Киев: Наукова думка. — 1988. — 304 с.

[3] Денисенко П. Н. *Алгоритм решения краевых задач в системах компьютерной алгебры по τ-методу Ланцоша.* // Искусственный интеллект. — 2008. — N 1. — С. 38 – 48.

[4] Денисенко П. Н. *Оптимальный алгоритм для решения интегральных уравнений Гаммерштейна в СКА.* // Искусственный интеллект. — 2009. — N 1. — С. 149 – 157.