

П. Н. Денисенко (КННПК, г. Кировоград, Украина)

Оптимальность модифицированного a -метода Дзядыка

Значительную часть научного наследия В. К. Дзядыка составляют работы посвященные a -методу. Основанием a -метода является аппроксимация линейных интегральных уравнений Вольтерра с коэффициентами A , g и ядром K – многочленами

$$L[y] + g = 0, \quad L[y] = A(x) \cdot y(x) + \int_0^x K(x, t) \cdot y(t) dt, \quad A, g, K \in Polynomials \quad (1)$$

дополнением многочленом с символьными коэффициентами по базису — уравнением

$$L[y_n] + g + \tau_1 \cdot f_{p+1}(x) + \dots + \tau_{m-p} \cdot f_m(x) = 0, \quad y_n \in P_n, \quad \tau_1, \dots, \tau_{m-p} \in Atom. \quad (2)$$

Базис $\{f_i\}_0^\infty$ a -метода — ортогональный базис пространства Гильберта $L_2(a, b; \rho)$ — перенос многочленов Чебышева на отрезок $[a, b]$. В модификациях a -метода применяют другие базисы. В оценке [1] работы В. К. Дзядыка в этой области к модифицированному a -методу высказаны замечания — поставлены следующие задачи.

Задача 1. Построить алгоритмы выбора базиса и параметров уравнения (2).

Задача 2. Доказать существование и единственность решения y_n уравнения (2).

Задача 3. Доказать сходимость $y_m, y_{m+1}, \dots \rightarrow y = solve(L[y] + g = 0)$.

В работе обоснован алгебраический алгоритм [2] решения системы из ЛИУМК (1) с одной регулярной особой точкой ноль (ЛИУМКО) и условий в особой точке. Решением такой системы являются специальные математические функции типа функции Бесселя J_0 . Для этого алгоритма решены задачи 1 – 3 и доказана ограниченность коэффициента оптимальности в пространстве $C_{[a,b]}$. Доказана эквивалентность этого алгоритма и модифицированного a -метода с базисом $x^r \cdot f_i(x)$, $i = 0, 1, \dots$, где r — порядок нуля в особой точке преобразованного оператора уравнения (1),

$f_i(x)$ — многочлены базиса пространства Гильберта функций $y(x)$, $x \in [a, b]$.

Вывод. Результаты работы устраняют основные замечания [1] к обоснованию школой В. К. Дзядыка a -метода и доказывают ограниченность коэффициента оптимальности модифицированного a -метода с указанным выше базисом на:

— ЛИУМКО, системе из ЛИУМКО и условий в особой точке этого ЛИУМКО,

— задаче Коши эквивалентной ЛИУМКО или

эквивалентной системе из ЛИУМКО и условий в особой точке этого ЛИУМКО.

[1] Биленко В. И., Коновалов В. Н., Луковский И. А. и др. Аппроксимационные методы Дзядыка решения дифференциальных и интегральных уравнений. // Укр. мат. журн. — 1989 — 41, N 4. — С. 454 — 465.

[2] Денисенко П. Н. Естественная оптимальная аппроксимация специальных функций математической физики a -методом В. К. Дзядыка в APS. // Искусственный интеллект. — 2003. — N 3. — С. 394 — 408.
