

М.М. Чун (Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна)

Інтегральні перетворення узагальнених степеневих рядів

Запровадження узагальнених моментних зображень для послідовностей комплексних чисел, номери членів яких є цілими числами, виявляється ефективним для встановлення інтегральних зображень твірних функцій послідовностей запроваджених узагальнених моментів.

Теорема. Нехай для заданої послідовності $\{s_n\}_{-\infty}^{+\infty}$ комплексних чисел існує принаймні одне узагальнене моментне зображення вигляду

$$s_{k+l} = \int_{\Gamma} a_k(\zeta) b_l(\zeta) d\mu(\zeta)$$

на відшукуваній множині Γ з мірою $d\mu(\zeta)$ на ній та відшукуваними послідовностями $\{a_k(\zeta)\}_{-\infty}^{+\infty}$ і $\{b_l(\zeta)\}_{-\infty}^{+\infty}$ з простору $\mathbf{L}_2(\Gamma; d\mu(\zeta))$.

Покладемо

$$A_m(z, \zeta) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_{m+k}(\zeta) z^k, \quad |z| < d_m; \quad B_m(w, \zeta) = \sum_{l=0}^{+\infty} b_{m+l}(\zeta) w^l, \quad |w| < q_m;$$

$$C_m(z, \zeta) = \sum_{k=1}^{+\infty} a_{m-k}(\zeta) z^{-k}, \quad |z| > c_m; \quad D_m(w, \zeta) = \sum_{l=1}^{+\infty} b_{m-l}(\zeta) w^{-l}, \quad |w| > p_m;$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $0 < c_m < d_m$, $0 < p_m < q_m$; ряди будемо вважати рівномірно збіжними на множині Γ . Тоді для функцій

$$h_m(z) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} s_{m+\nu} z^\nu, \quad \rho_m < |z| < r_m,$$

будуть істинними інтегральні зображення

$$h_m(z) = \int_{\Gamma} [A_0(z; \zeta) + C_0(z; \zeta)] b_m(\zeta) d\mu(\zeta),$$

$$\frac{zh_m(z) - wh_m(w)}{z - w} = \int_{\Gamma} [A_m(z; \zeta) B_0(w; \zeta) - C_m(z; \zeta) D_0(w; \zeta)] d\mu(\zeta) =$$

$$= \int_{\Gamma} [A_0(z; \zeta) B_m(w; \zeta) - C_0(z; \zeta) D_m(w; \zeta)] d\mu(\zeta)$$

у спільних кругових кільцях збіжності.
