Е.В.Чалых (Тихоокеанский госуниверситет, Хабаровск, Россия)

Динамика конечной цепи со случайными изломами и бесконечным числом звеньев

Многие реальные явления, например, поведение полимерной цепи под действием случайных всплесков для случая установившегося, стационарного распределения [1], распространение луча света в мутной среде, диффузия пассивной примеси [2] под действием "вложенных" вихрей различных масштабов и т.п. могут быть описаны моделью, являющейся обобщением модели поворотной диффузии частицы в R^2. В работе рассмотрена стохастическая модель динамики цепи конечных размеров с бесконечным числом звеньев в R^2. Рассматриваются сечения случайного процесса $\{x_n(l,t); y_n(l,t)\}$ при фиксированных значениях параметра t: $x_n(t)=\sum_{s=1}^{n} a(l_s;t)\cos\varphi_s(t)\cdot\Delta$, $y_n(t)=\sum_{s=1}^{n} a(l_s;t)\sin\varphi_s(t)\cdot\Delta$, где $a(l_s;t)$, $\varphi_s(t)$ – в общем случае случайные процессы, $l_1 < l_2 < \ldots \le L$; $a(l;t)>0$; $\Delta = L/n$; $L = const$. $l \in [0, L]$ – параметр. Если отождествлять процесс $\{|x_n(t)|^2 + |y_n(t)|^2\}$ с длиной цепи, то длина Δl реального звена цепочки отождествляется с величиной $\Delta(l) = a(l;t)\cdot\Delta$, $a(l;t)>0$. Если полагать, что $L(t)$ – длина полимерной цепи, то в соответствии с [1] можно ввести условие: $L^2(t) = |x_n(t)|^2 + |y_n(t)|^2 \le const$. Случайное поле $\{x_n(l,t); y_n(l,t)\}$ изучается как стохастический динамический процесс и исследуется его предельное поведение при $n\to\infty$. Для того, чтобы получить коэффициенты предельных уравнений в аналитическом виде, ограничимся рассмотрением данной модели при дополнительных предположениях:

$$a(l;t)=a(l)>0,\ l\in[0,L];\quad \varphi_k(t)=\sum_{s=1}^{k}\eta(l_s;t)\cdot\Delta(w(l_s)),\ t\in[0,T];\quad \eta(l_s;t)=\int_0^t \sigma(l_s;\tau)\,dw_s(\tau),\quad (*)$$

где $\Delta(w(l_s))$ и $\Delta(w_s(\tau))$ – независимые между собой и для различных s и τ опережающие приращения соответствующих винеровских процессов, определенных на произведении независимых вероятностных пространств $\{\Omega_1, F_l, P_1\}\times\{\Omega_2, F_t(n), P_2\}$, где F_l и $F_t(n)$ – соответствующие потоки σ-алгебр, порождаемых процессами $w(l)$ и $w(t)\in R^n$; $a(l)$ и $\sigma(l;t)$ – неслучайные функции от l и t. При введенном условии для случайной функции $\varphi_k(t)=\sum_{s=1}^{k}\eta(l_s;t)\cdot\Delta(w(l_s))$ может быть определен [3] предел при $n\to\infty$ [4].

[1] Волькенштейн М.В. Конфигурационная статистика полимерных цепей. — М.: Изд-во АН СССР, 1959.
[2] Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Наука, 1975.
[3] Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов . — М.: Наука, 1977.
[4] Дубко В.А., Чалых Е.В. Динамика цепи конечных размеров с бесконечным числом звеньев в R^2. Препринт / Ин-т прикл.мат. ДВО РАН. Владивосток; Хабаровск: Дальнаука, 1998.